

세무와회계저널
제14권 제1호 2013년 2월 pp.31~62
한국세무학회

주가배수평가모형에서 오차율의 편의와 효율성*

오종문**

<요 약>

상증세법에서 규정하고 있는 보충법과 비교평가법에서는 주가배수평가모형을 이용하여 비상장주식의 가치를 평가한다. 주가배수평가모형은 평가대상주식의 회계지표에 적절한 배수를 적용하여 주식가치를 평가하는 기법이다. 본 논문에서는 상증세법에 의한 비상장주식 평가가치의 타당성을 제고시킬 방안을 탐색하기 위해, 오차율의 편의(bias)와 효율성(efficiency)의 측면에서, 주가배수평가모형의 타당성을 결정하는 요인을 다섯 가지로 나누어 살펴보았다. 주요 결론을 요약하면 다음과 같다.

첫째, 실무에서 흔히 사용하고 또 상증세법의 비교평가법에서도 적용하고 있는 주가배수의 산술평균은, 오차율의 편의는 물론 효율성의 기준에서도, 우월하지 않은 추정량으로 판단할 수 있다.

둘째, 평가대상 주식 간의 주가배수의 분산성(dispersion)이 클수록 오차율의 편의와 효율성은 악화된다. 특히 산술평균은 주가배수의 분산성에 더 취약하다.

셋째, 주가배수의 분모, 즉 회계지표의 선택과 관련하여, 가치요인과 주가의 관계가 안정적인, 구체적으로는 주가배수의 역수의 분산이 작은 특성을 갖는 주가배수가 평가가치의 타당성이 높은 주가배수이다.

넷째, 가치요인과 주가의 관계가 안정적이기 위해서는 유사상장법인의 선별기준이 중요하다. 유사상장법인의 선별기준은 회귀모형에서 데이터의 적합성을 높이기 위해 모집단을 복수의 부모집단(subpopulation)으로 분할하여 인식하는 과정으로 볼 수 있다. 업종, 규모, 수익성 기준을 적용하는 현행 훈령 규정의 타당성도 실증적 검토를 필요로 한다.

다섯째, 자료의 적합성을 높이기 위해 유사상장법인의 선별기준을 정교화하여 소수 표본만 선별하면 표본오차(sampling error)가 증가하여 평가의 오차율이 오히려 악화될 수도 있다. 자료 적합성 증가의 이득과 표본오차 증가의 손실 간의 상반관계의 균형점은 표본외검증(out-of-sample test)을 통해 실증적으로 결정하여야 한다.

<주제어> 비교평가법, 보충법, 주가배수

* 본 논문의 초고는 한국세무학회 2011년 춘계학술발표대회에서 발표하였습니다. 또한 같은 내용이 저자의 박사학위논문 제3장에 포함되어 있습니다.

** 동국대학교 경영관광대학 경상학부 조교수, jmoh0228@naver.com, 054-770-2331

I. 서 론

주가배수를 이용하여 주가가치를 평가하는 방식은 이해하기 쉽고 적용이 간편하여 실무에서 널리 사용된다.

상속세와 증여세법(이하 상속세법)에서도 중소기업이 발행한 비상장주식에 대하여 업종 및 규모, 수익성 등이 유사한 상장기업의 주가와 비교하여 비상장주식의 가치를 평가할 수 있도록 규정하고 있다¹⁾. 비교평가법의 요지는, 평가대상인 비상장주식과 유사한 성격을 갖는 상장주식에서 회계지표와 주가와 의 관계를 요약한 주가배수(valuation multiples)를 산출하고, 이를 비상장주식의 회계지표에 적용하여 비상장주식의 가치를 평가한다는 것이다. 상속세법에서 비교평가법은 보충적 평가법(이하 보충법)에 대해 보완적이어서 보충법에 의한 평가액이 불합리한 경우 납세자의 신청에 의하여 적용할 수 있는 것으로 규정되어 있다.

보충법과 비교평가법은 모두 평가대상법인의 회계지표에 적절할 것으로 간주되는 배수를 곱해 주가가치를 평가한다는 점에서 두 방식이 완전히 별개의 논리를 가지고 있는 것은 아니다. 회계지표와 주가 간의 선형관계를 상정하고 회계지표에 일정한 배수를 곱해 주가가치를 평가하는 방식을 주가배수평가모형으로 정의한다면, 보충법에 의한 평가방법 역시 아주 단순화된 형태의 주가배수평가모형이다. 다만, 두 방식은 평가의 기초가 되는 회계지표의 정의에 다소 차이가 있으며, 회계지표에 곱할 배수가 보충법에서는 고정된 값으로 이미 주어져 있는 반면 비교평가법에서는 평가시점마다 유사상장법인의 주가배수의 산술평균을 계산하여 적용한다는 점에서 차이가 있을 뿐이다.

통상 비상장주식의 가치를 평가하는 모형의 타당성을 판단하는 연구에서는, 주가 자료가 있는 상장주식을 비상장주식으로 간주하여 주가가치를 평가하고, 그 평가가치와 실제주가의 오차율을 분석하는 절차를 취한다. 마찬가지로 방식을 적용하여 본 연구에서도 주가배수평가모형에서 산출된 오차율의 분포와 관련하여 그 편의(bias)와 효율성(efficiency)의 문제를 분석한다. 오차율의 편이는 오차율의 평균을 통해, 오차율의 효율성은 오차율의 제곱평균을 통해 측정한다. 오차율의 편이는 평가가치가 실제주가에 비해 평균적으로 과대평가되거나 과소평가되는 정도를 의미하며, 오차율의 효율성은 평가가치의 오차율이 0 주변에 밀집 또는 확산되어 있는 정도를 의미한다. 양의 오차율과 음의 오차율이 서로 상쇄되는 경우, 오차율의 편이는 전혀 없으면서 오차율의 효율성이 좋은 낮은 평가모형도 가능하다. 따라서 적절하게 설계된 평가모형이라면 오차율의 편이가 크지 않음은 물론 오차율의 효율성도 높아야 한다. 평균적으로 오차율의 편이가 없더라도 오차율의 효율성이 높지 않은 평가모형이라면, 약간의 편이가 있더라도 오차율의 효율

1) 상속령 §56조의2. 비교평가법에 따른 구체적인 평가방법은 국세청의 훈령에 규정되어 있다. 해당되는 가장 최근의 훈령은 2013.01.01에 발표된 재산평가심의위원회 운영규정(2012.1.2 훈령명칭개정, 구 비상장주식 평가심의위원회의 설치 및 운영에 관한 규정)(제1968호)이다.

성이 높은 모형에 비해, 우월한 것으로 판단하기 곤란하다.

본 연구는 오차율의 편의와 효율성의 측면에서 주가배수평가모형의 타당성을 검토하고, 상증세법에서 현재 시행하고 있는 보충법과 비교평가법의 기본적인 틀을 그대로 유지하면서 향후 제도 개선에 기여할 수 있는 이론적 증거를 제시함을 목표로 한다. 본 연구를 뒷받침할 실증연구는 논문의 분량과 해당 주제들의 독립적 특성을 고려해 보충법과 비교평가법 해당 부분으로 나누어 별도로 진행한다²⁾. 본 연구는 상증세법의 제도개선에 필요한 실증과제를 추출하고 실증결과를 해석하기 위한 이론적 근거를 마련하는데 있으나, 실제적으로는 상증세법의 범위에 국한되지 않고 주식시장 실무에서 널리 활용되는 일반적인 주가배수평가모형에서의 오차율의 결정요인에 대해서도 폭넓게 분석하고 있다.

본 연구의 진행은 다음과 같다. 제 I 장 서론에 이어, 제 II 장에서는 선행연구 검토와 본 연구의 공헌점을 살펴본다. 제 III 장에서는 주가배수평가모형에서 오차율의 결정요인에 대한 분석을 실시하고, 제 IV 장에서 본 연구의 내용을 요약한다.

II. 연구개요, 선행연구 검토와 본 연구의 공헌점

본 연구에서는 주가배수평가모형의 타당성 제고와 관련된 주제를 다섯 가지로 분류하여 검토한다. 본 장에서는 먼저 다섯 가지 주제의 내용과 그와 관련된 선행연구 및 본 연구의 공헌점을 서술한다. 또한 이러한 연구 내용이 특히 현재 상증세법에서 활용도가 낮은 것으로 알려진 비교평가법의 활용도 제고와 관련하여 어떤 의의가 있는지를 간략히 서술한다.

(1) 회계지표에 적용할 주가배수의 대푯값 산출 방법 : 주가배수를 산술평균하여 적용할 것인가?

이 주제는 평가대상법인과 유사한 성격을 갖는 준거법인을 선별한 다음, 평가대상법인의 회계지표에 적용할 주가배수의 대표값으로 어떤 통계량을 적용할 것인가의 문제이다.

전통적으로 주가배수평가모형에 관한 선행연구에서는 극단치의 영향을 크게 받는 주가배수의 평균(mean) 대신 극단치의 영향이 없는 중앙값(median)을 선호해 왔다(Alford 1992, 김진선 1998). 그러나 상증세법의 비교평가법에서는 준거법인 주가배수의 산술평균을 적용하여 평가한다.

그런데 상증세법에서 규정한 산술평균을 적용하여 평가가치의 오차율을 실증분석한 연구(이정란 2006, 박기정 2007)에서는 평가가치가 평균적으로 과대평가되는 것으로 나타났다. 오종문·김완희(2011)는 이러한 과대평가 편의가 단순한 표본 선택과 관련한 우연적 현상이 아니라

2) 이 논문의 심사 진행 중에 보충법과 관련한 실증연구 논문(오종문·김완희 2012)이 먼저 발표되었다.

산술평균을 적용하는 것에서 기인하는 수학적 현상일 수 있음을 지적하였다. 속력이나 연비, 주가배수 같은 비율을 나타내는 변량의 평균값을 구하는 데는 조화평균이 타당하고, 산술평균이 조화평균에 비해 항상 크(거나 같)다는 것은 이미 알려져 있는 사실이다. Baker and Ruback (1999)와 Liu, Nissim and Thomas(2002) 등은 독립변수인 회계지표와 종속변수인 주가 간의 회귀분석모형을 통해, 오차율의 편이가 없는 회귀계수는 주가배수의 조화평균임을 밝혔다. 오종문·김완희(2011)는 이러한 사실을 확인한 것에 불과하나, 회귀분석 모형을 적용하지 않고 수학적 계산에 의존하여 평가대상법인의 준거법인 속에 평가대상법인 자신이 포함되어 있지 않더라도 산술평균을 적용하면 과대평가 편이가 발생함을 보였다³⁾.

본 연구에서는 주가배수평가모형에 대한 선행연구들을 따라 회귀분석모형에서 출발하여, 회계지표와 주가의 관계에 대한 회귀계수의 추정량으로서 산술평균, 조화평균, 최소제곱추정량을 사용할 때 오차율의 편이와 효율성을 비교 분석하였다⁴⁾. 주가배수평가모형을 회귀분석 모형으로 분석하면 평가대상법인이 자기 자신의 준거법인의 하나로 간주되는 문제는 있긴 하나, 통계적 연산이 단순화되고 알려진 계량경제학적 논의를 활용하면서 관련된 연구 주제들을 일관된 체계 하에서 분석할 수 있다.

본 논문에서는 선행연구에서 일부 언급된 각 회귀계수 추정량들에 대한 오차율의 편이 측면에서의 우열관계에 덧붙여⁵⁾, 오차율의 효율성 측면에서의 우열관계도 수학적으로 정리하고 있다. 산술평균은 편이와 효율성 모두에서 다른 추정량에 비해 열등한 추정량임이 명확히 드러난다. 또한 보충법과 비교평가법에서 평가가치의 오차의 편이를 없애기 위해서는 주가배수의 조화평균을 고려하여 회계지표의 배수를 설정하여야 함을 보여준다⁶⁾.

(2) 주가배수의 분포와 오차율의 관계

준거법인의 주가배수가 넓게 분포하거나 이상치(outlier)가 있을 경우 산술평균을 포함한 모든 추정량들은 표본을 적절히 대표하지 못하는 통계량일 가능성이 크므로, 평가가치의 오차율은 바람직한 속성을 갖지 못할 것으로 추론된다. 선행연구에서 이상치를 제거한 후의 평균이나 이상치의 영향력이 적은 중앙값을 적용하여 평가가치를 산출하고자 시도하는 것도 이러한 문제때문

3) 실증분석에서는 흔히 상장법인에서 유사상장법인끼리 모아 놓고 한 주식의 평가가치를 다른 유사상장법인의 주가배수를 이용해 산출한다. 이때 회계지표와 주가와의 선형관계를 설정한 상기의 회귀모형에서는 평가대상법인이 자기 자신의 준거법인 속에 포함된다.

4) 중앙값(median)은 다른 대표값과 달리 서수적 개념이어서 수학적 연산과정에 차이가 있다.

5) 예를 들어 편이에서의 우열관계는 Dittmann and Maug(2008)에도 정리되어 있다.

6) 현행 보충법은 회계지표로서 순이익과 순자산을 사용하고, 순이익에 10배 순자산에 1배의 배수를 적용해 주식가치를 평가한다. 즉 보충법에서 순이익에 적용하는 배수(PER)는 자본이익환원율의 역수인 10배이고 순자산에 적용하는 배수(PBR)는 1배이다. 여기서 10배와 1배는 실제 주식시장에서 형성되는 배수와 무관하다. 평가가치의 편이를 없애기 위해서는 순이익과 순자산을 분모로 하는 실제 주식시장에서 형성되는 주가배수의 조화평균을 고려하여야 한다.

이라 할 수 있다. 특히 회계지표가 이익인 경우처럼 분모의 값이 매우 작을 수 있는 경우(주가-이익비율, PER)에서는 아주 큰 값의 주가배수도 산출될 수 있으므로 이상치의 영향이 두드러질 수 있다.

본 연구에서는 주가배수가 넓게 분포할 경우 오차율의 편의와 효율성에 어떤 영향을 미치는가를 MPS(mean preserving spread) 개념을 가지고 분석하였다. MPS는 불확실성 하의 선택문제에서 정의된 개념으로 분산 또는 표준편차와 유사하게 확률변수의 분산성(dispersion)을 나타낸다. 분석결과 주가배수의 분산성이 클수록 오차율의 편의와 효율성에 좋지 않은 영향을 미치며, 특히 산술평균의 경우 주가배수의 분산성에 취약한 추정량임을 보여주고 있다. 주가배수의 분포와 오차율의 관계에 대하여 선행연구에서는 직관적인 추론이나 주가배수 분포에 대한 시뮬레이션에 의존하여 분석하였으나 본 연구에서는 이를 모두 수학적으로 보인 것에 의의가 있다⁷⁾.

(3) 주가배수의 분모인 회계지표의 선택 문제

주가배수평가모형에 의해 주식가치를 평가할 때 실무에서 흔히 적용하는 회계지표는 순자산과 순이익이다. 이는 주가-순자산비율(PBR)과 주가-이익비율(PER)이 비교적 안정적이고 규범적인 배수관계를 가지고 있는 것으로 전제하는 셈이다. Fairfield(1994)와 Ohlson and Juettner-Nauroth(2005) 등은 Ohlson(1995)의 잔여이익모형을 이용하여 PBR과 PER의 이론적 근거를 밝힌 바 있다. 논의를 요약하면, PBR은 미래에 기대되는 기업의 초과이익에 대한 정보를 전달하고, PER은 기업의 장래 초과이익의 성장에 대한 정보를 전달한다. PBR과 PER가 전달하는 정보는 상이하므로 두 가지 주가배수를 조합하여 평가가치를 산출하는 것은, 주가에는 장부가치와 회계이익이 둘 다 중요하다는 Ohlson모형(1995)의 함의와 일치한다.

상증세법에서의 비교평가법도 PBR과 PER를 적용하여 평가가치를 산출하여 왔으나 2010년 개정된 훈령에서는 PBR 대신 주가-총자산비율(PAR)을 적용하도록 바뀐 바 있다⁸⁾. 오종문·김완희(2011)는 PBR과 PAR을 적용하여 산출한 평가가치의 오차율의 편의를 분석하고, PBR에서 PAR으로의 개정이 평가가치의 타당성에 부정적으로 작용하고 있음을 실증하였다. 이후 2012년 개정된 훈령에서는 다시 PAR에서 원래의 PBR로 변경되었다⁹⁾.

Liu, Nissim and Thomas(2001)는 주가배수평가모형에서 주가배수의 분모로 사용되는 가치요

7) Dittmann and Maug(2008)는 주가배수의 분포가 로그-정규임을 가정하고 시뮬레이션에 의존하여 주가배수의 분산(dispersion)과 오차율의 편의의 관계를 분석하고 있다. 본 연구에서는 주가배수의 분포에 대한 명시적인 가정이 없이 증명하고 있다. Baker and Ruback(1999)은 주가배수의 분포가 좁을수록, 주가가 어떤 공통적인 요인(common value driver)에 의해 설명됨을 나타내고 회귀계수 추정치의 표준편차가 안정적이기 때문에, 바람직하다는 취지를 언급하고 있다.

8) 훈령 제1860호(2010.06.10) 제17조. 이 논문에서 사용하고 있는 PAR(price-assesst ratio)은, PBR이나 PER와 달리, 증권실무에서 관용적으로 사용되는 용어는 아니다.

9) 훈령 제1916호(2012.01.02) 제17조

인(value driver)들을 (1) 이익, 현금흐름, 장부가치, EBITDA 등의 과거 성과와 관련된 것과 (2) 애널리스트의 추정이익 등 미래의 추정성과지표, (3) 잔여이익모형에서 산출한 내재가치 등의 그룹으로 구분하고 이들을 적용한 평가가치의 오차율에 대해 실증분석하고 있다. PBR과 PER의 이론적 근거로 볼 때 미래의 추정 성과가 더 목적적합할 것이나, 상증세법의 실무적 속성상 객관적인 과거 실적자료를 벗어나 주관적인 미래 추정성과를 적용한다는 것은 쉽지 않은 일이다. 그러나 평가가치의 타당성을 비교할 목적으로 애널리스트의 추정이익 등을 적용해 평가해 보는 것은 의미가 있을 것으로 판단된다. 오종문(2012)에서는 애널리스트의 추정이익이 다른 모든 회계지표에 비해 타당성이 높은 평가가치를 산출하는 것으로 나타났다.

본 연구에서는 다양한 회계지표를 가치요인으로 상정하여 평가가치의 타당성을 검토한다고 할 때 어떤 통계적 특성을 갖는 회계지표가 주가배수의 분모로서 바람직한 것인가를 분석하였다.

(4) 유사상장법인의 선별기준

유사상장법인 선별기준의 문제는 회계지표와 주가의 관계에 대한 회귀모형에서 모집단을 복수의 부모집단(subpopulation)으로 세분하여 별도의 회귀계수를 추정하는 문제로 볼 수 있다.

통상 주가배수평가모형에서 준거법인의 선별기준으로는 평가대상주식의 업종을 우선 고려한다. 앞에서 언급한, 잔여이익모형을 이용하여 주가배수평가모형의 이론적 근거를 밝힌 선행연구에 따르면, PBR과 PER는 기업의 장래 초과이익과 그 성장에 대한 정보이므로, 업종을 선별기준으로 삼는다는 것은 업종이 유사한 기업들은 장래 초과이익과 초과이익의 성장률이 유사할 것으로 가정하는 셈이다. 그러나 기업 간 차별성이 심하지 않은 업종 내에서는 소속기업 간 주가배수에 차이가 적을 것으로 추정할 수 있으나, 기업 간 기술적 경쟁력의 차별성이 큰 업종 내에서라면 단지 소속업종이 같다는 이유만으로 주가배수가 유사할 것으로 기대하는 것은 무리일 수 있다. 경험적으로 제지업종과 같이 주가배수에 차별성이 적은 업종이 있는 반면, IT관련 업종에서처럼 기업 간 주가배수의 차이가 큰 업종도 있다.

Alford(1992) 등의 연구에서 업종기준이 평가가치의 타당성을 제고하는 사실을 실증적으로 뒷받침되고 있으므로 통상 주가배수평가모형의 타당성을 분석하는 선행연구에서는 이를 기본적인 전제조건으로 삼고 있다. 그러나 우리나라의 자료를 분석한 김진선(1998)과 오종문·김완희(2011)에서는 업종기준에 의한 유사상장법인 선별기준이 주가배수평가모형의 타당성을 제고하는데 기여하는 바가 없고, (소속업종을 무시하고) 초과이익(또는 초과이익의 성장)과 관련성이 높은 ROE의 유사성을 기준으로 유사상장법인을 선별하는 것이 평가가치의 타당성을 제고시킴을 보이고 있다. 그러나 오종문(2012)은 앞서의 실증방법을 개선하여 현행 상증세법의 비교평가법에서 업종기준이 타당성 제고에 기여함을 보였다.

본 연구에서는 유사상장법인의 선별기준의 문제는 확보가능한 데이터를 어떤 방식으로 분할하여 회귀계수를 추정하는 것이 오차율을 개선시키는가하는 실증의 문제임을 보이고 있다.

(5) 자료의 적합성과 표본오차의 문제 : 정교한 선별기준에 의한 2~4개의 소수 표본은 바람직한가?

상증세법에서는 업종기준, 규모기준, 수익성기준을 순차적으로 적용하여 2~4개의 준거법인을 선별하고 그 평균주가배수를 적용하여 평가가치를 산출한다. 주가배수평가모형을 회계지표와 주가 간의 회귀모형의 관점에서 보면 이러한 절차의 문제점은 쉽게 정리된다. 정교한 선별기준을 적용하면 회귀분석에 있어 변수 간 관련성은 높아질 것이므로 자료의 적합성은 상승하는 반면, 표본의 개수가 축소됨에 따라 회귀계수 추정량에 대한 표본오차의 발생가능성은 증가하게 된다. 즉 정교한 선별기준을 적용하면 자료 적합성 증가의 장점이 있는 반면 표본오차 증가의 단점이 상반관계로 함께 작용한다.

이와 관련하여 이우택·김대식 (2005)은 소수의 유사상장회사를 선별하는 것보다는 가급적 유사한 표본을 많이 수집할 필요가 있다는 점을 지적한 바 있다. 또한 오종문·김완희(2011)는 훈령에서 고려하는 선별기준이 현실적으로 최선의 대안이라 하더라도 선별기준이 되는 변수들의 주가배수에 대한 설명력이 그리 높지 않은 만큼, 소수의 유사상장법인에 의존하는 것은 표본오차(sampling error) 또는 우연적 요인의 영향력에 크게 노출되는 것이므로 통계학적으로 그리 적절하지 않다고 지적한다. 본 논문에서는 이러한 문제에 대한 논리적 근거와 실증결과 해석을 위한 기초를 마련하기 위해 표본갯수가 회귀계수 추정량의 분산에 미치는 영향을 살펴보고 있다. 상반관계의 균형점은 표본외분석을 통해 실증적으로 판단하여야 하는 문제이다.

마지막으로 본 연구의 의의와 관련하여 주가배수평가모형의 타당성과 관련된 이상의 주제들이 비교평가법의 활용도 제고에 어떤 의의를 갖는지를 언급하기로 한다.

비교평가법과 관련한 연구에서는 평가가치의 타당성 문제와 아울러 까다롭게 설정된 적용 요건의 완화 문제가 지적되어 왔다. 적용 요건과 관련하여, 기승도·김영철·고종권(2009)은 비교평가법 적용의 주요한 제한요건인 현저한 차이요건¹⁰⁾과 순자산요건¹¹⁾의 적정성에 대하여 분석한 바 있다. 연구 결과 표본의 약 80%의 기업이 현저한 차이요건과 순자산요건에 의해 보충적 평가액을 사용해야 했으며, 나머지 약 20%의 기업만이 비교평가법의 적용이 가능하였다. 또한 현저한 차이요건과 순자산요건을 순차적으로 완화시켜 적용시켜 본 결과 적용의 가능성은 증가하며, 현저한 차이요건의 완화에 의한 추가적 증분비율이 순자산요건의 완화에 의한 증분비율보다 큰 것을 확인하였다.

10) 비교평가액이 보충법에 의한 평가액에 비해 30% 이상 차이가 나는 경우에만 보충법 대신 비교평가법을 적용할 수 있도록 한 조건. 이는 훈령 제13조 제①항 제6호에 규정되어 있었으나 2010.6.10의 개정에서 폐지되었다.

11) 비교평가액이 해당 비상장주식의 70%에 미달할 경우 비교평가액을 적용하는 대신 1주당 순자산가치의 70%로 평가하도록 한 조건(훈령 제17조 제①항 제2호).

이후 비교평가법의 적용가능성을 높이기 위해 훈령(1860호, 2010.6.10)에서는 현저한 차이요건을 폐지하는 한편, 유사상장법인으로 선정되기 위해서는 평가대상법인과 사업연도가 동일하여야함을 요구하는 기준을 삭제하고, 평가대상법인과 유사상장법인의 주당경상이익, 순자산가액, 자본이익률이 양수일 것을 요구하는 조건들을 모두 삭제한 바 있다¹²⁾.

그러나 이러한 조치에도 불구하고 평가가치의 타당성 문제, 더 구체적으로는 비교평가법에 의한 평가가치의 과대평가편의 문제가 해소되지 않는다면 비교평가법의 활용 가능성의 개선에는 한계가 있다. 왜냐하면, 비교평가법은 보충법에 의한 평가액이 불합리한 경우에 납세자의 신청에 의하여 적용하는 것이므로 비교평가액이 보충적 평가액에 비해 과대평가편의를 갖는다면 비교평가법이 적용될 수 있는 가능성이 낮기 때문이다¹³⁾. 따라서 비교평가법의 평가가치의 타당성 문제는 비교평가법의 적용가능성에도 영향을 미치는 문제이다.

비교평가법의 평가가치 타당성 문제와 관련하여 박기정(2007)은 비교평가법에 의한 업종별 평균오차율이 20%에서 460%까지로 18개 업종에서 빠짐없이 과대평가되는 현상이 나타나고 있음을 보고하고 있다. 이와 같이 비교평가액이 과대평가편의가 있어서 보충적 평가액을 초과할 가능성이 높다면 적용요건이 완화되더라도 보충법 대신 비교평가법이 적용될 여지는 높지 않다.

이러한 의미에서, 본 논문은 평가가치의 오차율의 결정요인을 다루고 있지만, 현행 비교평가법에 의한 평가가치의 과대평가편의 현상을 이론적으로 밝히고 이를 개선시킬 수 있는 방안을 제안함으로써 비교평가법이 실무에서 적용될 가능성을 확대시키는데 기여할 것으로 판단한다.

III. 주가배수평가모형에서 오차율의 결정요인

1. 주가배수평가모형과 회귀분석

주가배수평가모형에서는 회계지표를 가치요인(value driver)로 간주하여 회계지표와 주가 간에 일정한 배수관계가 있는 것으로 가정한다. 가치요인인 회계지표와 주가와 관계가 식(1)과 같다고 하자. 흔히 사용되는 회계지표는 1주당 순이익 또는 순자산가치, 매출액, EBITDA 등 다양하다.

12) 그러나 주당 경상이익과 순자산가액이 양수일 조건은 2013.1.1의 개정에서 부활하였다.

13) 과대평가를 유발하는 평가방법이 선호될 수도 있다. 예컨대, 현재 낮은 한계세율일 때 상속 및 증여에 의해 취득가액을 높여 향후의 절세가능성을 도모하는 경우이다. 그러나 이러한 경우가 실제 있더라도 일반적인 경우 과대평가편의가 있다면 비교평가법의 적용 가능성은 떨어질 것이다.

$$P_i = \beta D_i + \varepsilon_i \quad (1)$$

P_i : 1주당 주가

D_i : 1주당 회계지표로, 주가를 결정하는 가치요인(Value Driver)으로 간주됨

ε_i : 오차항

β 는 미지의 고정된 상수로서 회계지표(D_i)와 주가(P_i)와의 표준적인 관계를 나타내며, ε_i 는 그 관계가 실제로는 기업(i)마다 차이가 있음을 반영하고 있다. Baker and Ruback(1999)과 Beatty, Riffe and Thompson(1999)은 ε_i 가 대체적으로 P_i 에 비례하므로 식(1)의 양변을 P_i 로 나누어 β 를 추정하는 것이 더 효율적임을 보이고 있다¹⁴⁾. 등분산 가정의 충족을 위해 식(1)의 양변을 P_i 로 나누고 u_i 가 고전적 선형회귀모형의 가정을 충족하는 순수 오차항임을 가정하면 식(3)과 같다.

$$1 = \beta \frac{D_i}{P_i} + u_i \quad (2)$$

$$\equiv \beta X_i + u_i \text{ (where, } X_i \equiv D_i/P_i \text{)} \quad (3)$$

$$E(u_i|X_i) = 0$$

$$Var(u_i|X_i) = \sigma^2$$

$$Cov(u_i, u_j) = 0 \text{ (} i \neq j \text{)}$$

$$Cov(u_i, X_i) = 0$$

여기서, X_i 로 정의된 확률변수는 D_i/P_i 로 주가배수 $M_i = P_i/D_i$ 의 역수이다. 이제, 시장에서 관찰된 주가배수의 집합을 $M = \{m_1, m_2, \dots, m_n\}$, 그 역수의 집합을 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 라 하고 모수 β 를 추정하는 문제를 생각해보자. 현실적으로 회계지표(D_i)와 주가(P_i)와의 관계를 관찰할 수 있는, 확보가능한 최대 최적의 표본은 상장법인의 집합이다. 추정량을 $\hat{\beta}$ 이라 하고 오차로 인한 잔차항을 $\hat{u}_i$ 라 하면 다음과 같다.

$$1 = \hat{\beta} x_i + \hat{u}_i \quad (4)$$

식(4)를 잔차항 $\hat{u}_i$ 에 대하여 정리하면 식(5)와 같으므로 $\hat{u}_i$ 는 회계지표 D_i 에 $\hat{\beta}$ 를 적용하여 평가한 기업 i 의 추정주가 $\hat{P}_i (= \hat{\beta} D_i)$ 와 실제주가 P_i 간의 오차율을 의미한다.

14) 일반적인 회귀분석에서 이분산을 통제하지 않고 최소제곱을 적용하여도 $\hat{\beta}$ 는 여전히 선형불편추정량이긴 하지만 효율적이진 않다. 즉 선형불편추정량들 가운데 최소분산을 갖지 않을 수 있다. 이분산을 통제하지 않으면 분산이 큰 표본에 가중치를 크게 두는 셈이므로 P_i 가 큰 표본이 과대대표되어 추정된다.

$$\begin{aligned}
 \hat{u}_i &= 1 - \hat{\beta} x_i \\
 &= 1 - \hat{\beta} \frac{D_i}{P_i} \\
 &= 1 - \frac{\hat{P}_i}{P_i} \left(= \frac{P_i - \hat{P}_i}{P_i} \right)
 \end{aligned} \tag{5}$$

식(4)에 최소제곱기준을 적용하여 $\sum \hat{u}_i^2 = \sum (1 - \hat{\beta} x_i)^2$ 이 최소화되는 $\hat{\beta}$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial(\sum \hat{u}_i^2)}{\partial \hat{\beta}} = -2 \sum x_i (1 - \hat{\beta} x_i) = 0 \tag{6}$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum x_i}{\sum x_i^2} \left(= \frac{\sum (1/m_i)}{\sum (1/m_i)^2} \right) \tag{7}$$

식(7)은, 회계지표 D_i 를 가지고 실제주가 P_i 를 추정하는데 있어 그 오차율의 제곱합을 최소화 하도록, 관찰가능한 표본으로 최적화한 추정량이라 할 수 있다. 이를 최소제곱(OLS)추정량이란 의미로 $\hat{\beta}_O$ 라 하자. $\hat{\beta}_O = \frac{\sum (1/m_i)}{\sum (1/m_i)^2}$ 이 현행 세법의 비교평가법이나 실무에서 흔히 적용하는 주

가배수의 산술평균 $\bar{m} = \frac{1}{n} \sum m_i$ 과는 차이가 있음을 확인할 수 있다.

이상에서와 같이 주가배수평가모형을 상수항이 없는 선형회귀분석으로 모형화하면, 평가대상 주식의 회계지표에 적용할 주가배수의 산출방식을 선택하는 문제는 회귀계수의 추정량을 선택 하는 문제이다. 회귀계수의 추정량을 산출하는 방법으로 다음과 같은 대안들을 고려하자.

- ① 주가배수의 산술평균 ($\hat{\beta}_A = \frac{1}{n} \sum m_i$). 이는 상증세법의 비교평가법에서 적용하는 방식이다.
- ② 주가배수의 조화평균 ($\hat{\beta}_H = \frac{n}{\sum (1/m_i)}$)
- ③ 최소제곱추정량 ($\hat{\beta}_O = \frac{\sum (1/m_i)}{\sum (1/m_i)^2}$)
- ④ 고정주가배수. 이는 상증세법의 보충적 평가법에서 적용하는 방식이다. 보충법에서는 평가 대상주식의 주당이익(E)에 대하여 $\hat{\beta}=10$ 을 적용하고 주당순자산(B)에 대하여 $\hat{\beta}=1$ 을 적용하며, 산출된 평가가치를 3 : 2로 가중평균한다.

위의 어떤 방식을 적용해서 추정량을 산출할 때 오차율의 분포가 바람직한 속성을 가질 것인가는 잔차분석을 통해 분석할 수 있다. 그리고 이러한 이론적인 예측결과는 상장기업의 주가 자

료를 통해 실증적으로 확인해 볼 수 있다¹⁵⁾.

2. 회귀계수 추정량과 오차율의 분포

각 추정량에 따른 회귀계수 추정치를 적용하여 실제주가와 추정주가와 오차율($\hat{u}_i$)을 산출하고 오차율의 분포를 비교하여 보자. 이는 일차적으로 앞에서 열거한 회귀계수 추정량의 타당성을 서로 비교하기 위한 것이다.

오차율의 분포는 $\hat{u}_i$ 의 평균(Mean Percentage Error, MPE)에 대한 비교와 아울러 $\hat{u}_i$ 의 제곱평균(Mean Squared Percentage Error, $MSPE$)을 비교하도록 한다¹⁶⁾. $MPE = \frac{1}{n} \sum \hat{u}_i$ 이고 $MSPE = \frac{1}{n} \sum \hat{u}_i^2$ 로 정의한다. MPE 는 오차율의 평균적인 크기로서 오차율의 편의(bias)를 나타내며, $MSPE$ 는 오차율이 0주변에 얼마나 밀집 또는 확산되어 있는가를 보여주는 것으로 오차율의 효율성(efficiency)을 나타낸다. MPE 가 0에 수렴하고 $MSPE$ 도 작게 하는 추정량이 좋은 추정량임은 물론이다¹⁷⁾.

우선 식(7)을 보면 최소제곱추정량 $\hat{\beta}_O$ 는 주가배수인 M 의 산술평균과는 다르다. 또한, $\hat{\beta}$ 를 적용하여 평가한 추정주가의 평균오차율을 $MPE|\hat{\beta}$ 로 표시하면, $MPE|\hat{\beta} = 0$ 이기 위해서는 식(5)에 의해 다음을 만족하여야 한다.

$$MPE|\hat{\beta} = \frac{1}{n} \sum \hat{u}_i = \frac{1}{n} \sum (1 - \hat{\beta} x_i) = 0 \quad (8)$$

그러나 식(6)을 보면 $\hat{\beta}_O$ 를 적용하여 평가한 경우는 식(8)과 달리 다음을 만족한다.

-
- 15) 본래 주가배수평가모형은 주가자료가 있는 상장법인의 자료에서 회귀계수를 추정하고, 이를 표본에 소속되지 않은 비상장주식의 회계지표에 적용하여 그 가치를 평가하는 것이다. 그러나 비상장주식은 추정주가와 비교할 수 있는 실제주가가 존재하지 않으므로 오차율의 계산이 불가능하다. 이런 경우 상장주식 표본을 두 개의 하위표본(subsamples)으로 분할해 그 중 한 편을 주가배수를 제공하는 준거기업군으로 삼고, 다른 한 편을 평가대상기업군으로 삼는 것도 가능할 것이다.
- 16) 절대값을 이용하는 것도 가능하다. 그러나 계량경제학에서 통상적으로 절대오차합의 최소화 대신 오차제곱합의 최소화를 도모하는 것은 ① 오차율이 큰 것에 패널티를 부여하는 셈이 되고 ② 미분이 가능하여 오차제곱합을 최소화하는 추정량의 해를 수학적으로 간단히 산출할 수 있기 때문으로 판단된다. 절대오차합을 최소화(LAD, least absolute deviation)하는 해는 선형계획법에 의해 구하여야 한다.
- 17) 오차율의 제곱평균 대신 오차율 절대값의 평균을 고려할 수 있다. 다만 절대값은 제곱과 달리 미분이 되질 않아 수학적 취급이 불편할 뿐이다. 또한 오차율의 제곱평균을 최소화하는 것은 오차율의 절대값 평균을 최소화하는 것에 비해 오차율이 큰 것에 대해 벌칙(penalty)을 부여하는 효과가 있다.

$$\frac{1}{n} \sum x_i (1 - \hat{\beta}_O x_i) = 0$$

따라서, 이 경우에는 $MPE|\hat{\beta}_O = 0$ 인 조건이 자동적으로 충족되지는 않는다. 즉 최소제곱추정량 $\hat{\beta}_O$ 를 적용하여 평가한 경우의 오차율은 불편성을 충족하지 않으며 추정주가는 실제주가에 비해 편의(bias)를 갖는다. 이는 절편항이 포함된 표준적인 회귀모형의 경우, 최소제곱추정량의 잔차항이 항상 $\sum \hat{u}_i = 0$ 인 조건을 충족하여 불편성을 만족하는 것과 다른 특성이다. 표준적인 회귀모형에서는 절편항이 편의를 흡수하나 식(1) 또는 식(3)의 회귀식은 절편항이 없으므로 잔차항에 편의가 발생하고¹⁸⁾ $MPE|\hat{\beta}_O$ 은 0과 다를 수 있게 된다.

만일 평균오차율을 0으로 만들기 위해 $\sum \hat{u}_i = 0$ 인 조건을 부과하면 $\hat{\beta}$ 는 식(4)로부터

$$\begin{aligned} \sum 1 &= \hat{\beta} \sum x_i + \sum \hat{u}_i \\ &= \hat{\beta} \sum x_i \quad (\because \sum \hat{u}_i = 0) \end{aligned} \quad (9)$$

이므로, 식(10)을 만족한다.

$$\hat{\beta} = 1 / \frac{1}{n} \sum x_i = 1 / \frac{1}{n} \sum (1/m_i) \quad (10)$$

식(10)은 관측된 주가배수 M 의 역수를 산술평균하여 다시 역수를 취한 값이므로 M 의 조화평균이다¹⁹⁾. 이와 같이 $M = \{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ 의 조화평균으로 추정된 β 의 추정량을 $\hat{\beta}_H$ 라 하자. 식(10)은 평가가치의 평균오차율을 0으로 만들기 위해서는 관측된 주가배수의 조화평균을 사용하여야 한다는 것을 의미한다. 즉 조화평균 $\hat{\beta}_H$ 를 적용하면 평가가치의 오차율은 불편성을 만족한

18) 수학적으로는 오차제곱합 최소화를 위한 1계조건에서 오차제곱합을 절편항의 추정치로 미분하여 0으로 놓는 조건에서 잔차항의 합계가 0이 된다. 즉 연립한 정규방정식 (normal equation)의 첫 번째 조건에서 오차율의 편의가 없어지게 되나 주가배수 회귀모형은 절편항이 존재하지 않는다. 또한 주가배수 회귀모형에서는 절편항을 추가하더라도 오차율의 편의가 사라지지 않는다. 그 이유는 식(3)의 종속변수가 상수여서 절편항을 추가하더라도 그 효과가 없기 때문이다(Liu et. al. 2002, 144)

19) Baker and Ruback(1999)은 표본기업들의 주가배수의 조화평균이 최소제곱추정량으로서 최우추정량임을 주장하나 이는 식(7)에서 보는 바와 같이 잘못이다. Baker and Ruback(1999)이 추정된 것은 식(3)의 회귀모형 $1 = \beta X_i + u_i$ (단, $u_i = P_i \epsilon_i$)이 아니라 $X_i = 1/\beta + v_i$ (단, $v_i = P_i \epsilon_i / \beta$)이다. 즉 회계지표가 설명변수이고 주가가 종속변수인 것이 아니라, 반대로 주가가 설명변수이고 회계지표가 종속변수이다. 설명변수의 종속변수에 대한 회귀직선과 종속변수의 설명변수에 대한 회귀직선이 다르다는 점에 대한 직관적인 설명은 류근관(2003, 134)을 참조. 표본회귀함수 $1 = \hat{\beta} x_i + \hat{u}_i$ 에서 $\hat{\beta}$ 이 $\sum \hat{u}_i = 0$ 인 조건을 만족하면 $\hat{\beta} = \frac{n}{\sum x_i}$ 이며 이는 $x_i = 1/\hat{\beta} + \hat{v}_i$ 에서 $\sum \hat{v}_i$ 를 최소화시키는 조건을 만족함을 보일 수 있다.

다²⁰⁾. 반면, 뒤에서 증명하는 바와 같이, 식(7)의 $\hat{\beta}_O$ 를 적용하여 표본기업의 주가를 추정하면 실제 주가와와의 평균오차율은 항상 0보다 작다. 즉 $MPE|\hat{\beta}_H=0$ 이고 $MPE|\hat{\beta}_O \leq 0$ 으로서, $\hat{\beta}_O$ 는 표본기업의 주가를 실제에 비해 평균적으로 항상 과소추정한다.

이제 각 추정량별로 MPE 와 $MSPE$ 를 계산하여 오차율의 분포를 비교하여 보자. 먼저 계산의 단순화를 위해 추정주가의 오차율은 기업 i 의 주가배수를 의미하는 확률변수 $M_i = P_i/D_i$ 와만 관련되며, 주가배수의 분자와 분모 각각의 크기와는 무관함을 보일 수 있다. 즉 분자와 분모 각각의 크기와 상관없이 그 비율만 중요하다²¹⁾.

$$\begin{aligned} \text{오차율}(\hat{u}_i) &= \frac{\hat{P}_i - P_i}{P_i} = \frac{\hat{\beta} \times D_i - (P_i/D_i) \times D_i}{(P_i/D_i) \times D_i} = \frac{\hat{\beta} - (P_i/D_i)}{(P_i/D_i)} \\ &= \frac{\hat{\beta} - M_i}{M_i} \\ &= \hat{\beta} X_i - 1 \end{aligned} \quad (11)$$

식(11)에서 $M = \{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ 또는 그 역수인 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 이 주어졌을 때 표본기업에 대한 평가가치의 오차율 $\hat{u}_i$ 는 잔차로서 관찰가능하므로 사후분석이 가능하다. 추정량(통계량) $\hat{\beta}$ 의 확정된 추정치(통계치) $\hat{\beta}^* = \hat{\beta}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 를 적용한 경우 MPE 와 $MSPE$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} MPE|\hat{\beta}^* &= \frac{1}{n} \sum \hat{u}_i = \frac{1}{n} \sum (\hat{\beta}^* x_i - 1) = \hat{\beta}^* \frac{1}{n} \sum x_i - 1 \\ &= \frac{\hat{\beta}^*}{\hat{\beta}_H} - 1 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} MSPE|\hat{\beta}^* &= \frac{1}{n} \sum \hat{u}_i^2 = \frac{1}{n} \sum (\hat{u}_i - \bar{\hat{u}} + \bar{\hat{u}})^2 \\ &= \frac{1}{n} \sum (\hat{u}_i - \bar{\hat{u}})^2 + \frac{1}{n} \sum (\bar{\hat{u}})^2 + 2\bar{\hat{u}} \frac{1}{n} \sum (\hat{u}_i - \bar{\hat{u}}) \\ &= \frac{1}{n} \sum (\hat{\beta}^* x_i - \hat{\beta}^* \bar{x})^2 + (\hat{\beta}^* \bar{x} - 1)^2 + 0 \\ &= (\hat{\beta}^*)^2 S_x^2 + \left(\frac{\hat{\beta}^*}{\hat{\beta}_H} - 1 \right)^2 \\ &= \text{오차율의 분산} + \text{편의의 제곱} (MPE^2) \end{aligned} \quad (13)$$

-
- 20) 물론 이 회귀계수 추정량을 표본 외의 비상장업체에 적용할 때 편의가 없을 것인가는 별개의 문제이기 때문이다. 더구나 다른 모든 조건이 같더라도 비상장주식은 상장주식에 비해 유동성프리미엄 만큼 디스카운트되어 거래될 수 있다. 이러한 문제는 비상장주식의 평가문제를 다루는 모든 연구에 공통적이다.
- 21) 식(11)은 오차율이 (+)인 경우가 평가가치의 과대평가를 나타내도록 하기 위해 식(3)의 분자에서 항의 순서를 바꾸었다. 식(11)의 마지막 줄은 단순히 X_i 에 대한 정의식을 상기시킨 것이다.

식(12)에서는 $\frac{1}{n} \sum x_i$ 은 $X=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 를 산술평균한 것이므로 그 역수는 주가배수 $M=\{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ 의 조화평균이라는 점이 이용되었다. 식(12)는 $\hat{\beta}^*$ 을 적용하여 평가한 오차율의 편의 $MPE|\hat{\beta}^*$ 가 $\hat{\beta}^*$ 과 $\hat{\beta}_H$ 와의 비율에 의해 결정됨을 의미한다. 또한 식(13)은 $MSPE$ 가 오차율의 분산과 편의의 제곱을 합한 값으로 결정됨을 보여준다. 즉 $MSPE$ 는 오차율의 분산효과와 편의효과로 나뉘며, 여기서 분산효과는 $\hat{\beta}^*$ 의 제곱과 주가배수의 역수 X 의 표본분산 $S_x^2 = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2$ 의 곱으로 결정된다.

식 (12)의 $\hat{\beta}^*$ 에 $M=\{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ 의 산술평균 $\hat{\beta}_A$, 조화평균 $\hat{\beta}_H$, 최소제곱추정량 $\hat{\beta}_O$ 을 차례로 대입하여 MPE 를 각 추정량의 함수로 표시하면 다음과 같다.

$$MPE|\hat{\beta}_A = \frac{\hat{\beta}_A}{\hat{\beta}_H} - 1 \geq 0 \quad 22) \quad (14)$$

$$MPE|\hat{\beta}_H = \frac{\hat{\beta}_H}{\hat{\beta}_H} - 1 = 0 \quad (15)$$

$$MPE|\hat{\beta}_O = \frac{\hat{\beta}_O}{\hat{\beta}_H} - 1 \leq 0 \quad 23) \quad (16)$$

여기서 식(14)와 식(16)의 증명에는 각각 Cauchy-Swartz 부등식이 적용되고 있다²⁴⁾. 따라서, 산술평균 $\hat{\beta}_A$ 를 적용하면 평가가치가 실제 주가에 비해 과대평가되는 편의가 발생하고, 조화평균 $\hat{\beta}_H$ 를 적용하면 편의가 없으며, 최소제곱추정량 $\hat{\beta}_O$ 을 적용하면 과소평가되는 편의가 발생한다. 식(15)의 결과는 식(10)의 결과를 확인시켜 준다.

한편 식(13)에 각 추정량의 대소관계를 적용하면 평균제곱오차율 $MSPE$ 에는 다음과 같은 대소관계가 성립한다.

$$22) \frac{\hat{\beta}_A}{\hat{\beta}_H} = \left(\frac{1}{n} \sum \frac{1}{x_i} \right) \left(\frac{1}{n} \sum x_i \right) = \frac{1}{n^2} (\sum x_i) (\sum 1/x_i) \geq 1$$

$$23) \frac{\hat{\beta}_O}{\hat{\beta}_H} = \left(\frac{\sum x_i}{\sum x_i^2} \right) \left(\frac{1}{n} \sum x_i \right) = \frac{1}{n} \frac{(\sum x_i)^2}{\sum x_i^2} \leq 1$$

24) Cauchy-Schwartz 부등식에 의하면 $(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) \left(\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} + \dots + \frac{1}{a_n^2} \right) \geq n^2$ 가 성립한다. 따라서 어떤

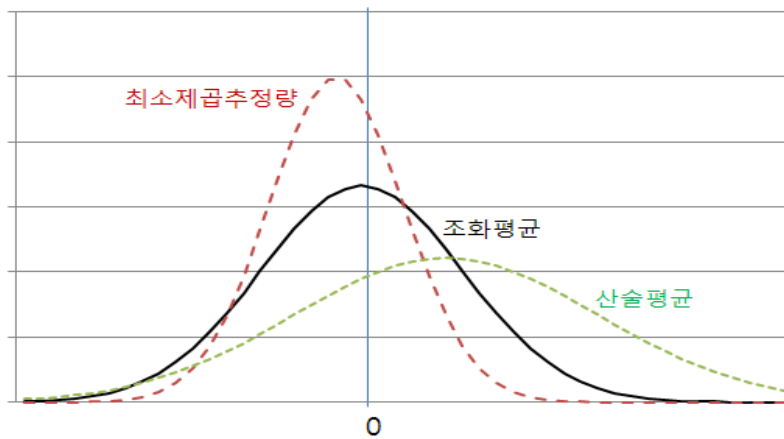
수열이 모든 $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ 에 대해 양의 값을 갖는다면, 그 수열의 합과 그 수열의 역수들의 합을 곱하면 n^2 보다 같거나 크다. 주가배수는 음수에 대해 정의되지 않으므로, 모든 $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ 에 대해 x_i 와 $1/x_i$ 가 양수이고 식(14)가 성립한다. 또한 위 관계에서 $(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(1^2 + 1^2 + \dots + 1^2) \geq (a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2$ 이므로 식(16)이 성립한다.

$$\begin{aligned}
 MSPE|\hat{\beta}_A &= (\hat{\beta}_A)^2 S_X^2 + \left(\frac{\hat{\beta}_A}{\hat{\beta}_H} - 1 \right)^2 \\
 &\geq MSPE|\hat{\beta}_H = (\hat{\beta}_H)^2 S_X^2 \\
 &\geq MSPE|\hat{\beta}_O = (\hat{\beta}_O)^2 S_X^2 + \left(\frac{\hat{\beta}_O}{\hat{\beta}_H} - 1 \right)^2
 \end{aligned} \tag{17}$$

식(17)의 첫 번째 부등식은, 식(14)에 의해 산술평균 $\hat{\beta}_A$ 이 조화평균 $\hat{\beta}_H$ 에 비해 항상 크거나 같고 조화평균을 적용할 경우에는 편의의 제공향도 사라지기 때문에 당연히 성립한다. 식(17)의 두 번째 부등식은 최소제곱추정량 $\hat{\beta}_O$ 은 그 정의상 다른 모든 추정량에 비해 $MSPE$ 를 최소화시키므로 또한 성립한다.

한편 식(17)의 두 번째 부등식에 의하면 $(\hat{\beta}_H)^2 S_X^2 - (\hat{\beta}_O)^2 S_X^2 \geq \left(\frac{\hat{\beta}_O}{\hat{\beta}_H} - 1 \right)^2$ 이 항상 성립한다. 즉 $MSPE$ 의 차이를 구성하는 부분에서 분산효과의 차이는 편의효과의 차이를 능가한다. 이상의 관계를 종합하여 오차율 분포의 개념도를 그리면 <그림 1>과 같다.

<그림 1> 추가배수 추정량($\hat{\beta}_A$, $\hat{\beta}_H$, $\hat{\beta}_O$)별 추정주가 오차율 분포의 개념도



주) 오차율 분포의 우측 꼬리의 길이는 추가배수의 분포에 의존한다. 우측 꼬리가 두텁고 길수록 각 통계량을 적용한 오차율의 최빈값은 왼쪽으로 치우친다. 반면 오차율의 최소값은 -1이므로 좌측 꼬리는 일정하게 제한된다.

종합하면 조화평균 $\hat{\beta}_H$ 는 산술평균 $\hat{\beta}_A$ 에 비해 평균오차율 MPE 과 평균제곱오차율 $MSPE$ 두 기준에서 모두 우월한 추정량이다. 즉 오차율의 편의도 없고, 오차율이 0 주변에 밀집된 정도도 더 강하다. 그러나 조화평균 $\hat{\beta}_H$ 과 최소제곱추정량 $\hat{\beta}_O$ 간에는 우열이 명확하지 않다. 오차율의 편의를 기준으로 보면 조화평균 $\hat{\beta}_H$ 이 우월하지만, 오차율이 0 주변에 밀집된 정도를 보면 최소제곱추정량 $\hat{\beta}_O$ 이 우월하다. 두 가지 기준에서 어떤 것을 중시한 것인가는 선호의 문제이지만 정확한 판단을 위해서는 상대적인 우열의 결정요인에 대해 좀 더 분석이 필요하다.

예 제



유사상장법인인 7종목의 주가배수(PER)가 다음과 같다고 하자. <표>의 우측에는 평가에 적용하여 볼 주가배수의 추정치 $\hat{\beta}$ 로서 산술평균 $\hat{\beta}_A$, 중앙값 $\hat{\beta}_D$, 조화평균 $\hat{\beta}_H$ 과 식(7)에 의한 최소제곱추정량 $\hat{\beta}_O$ 을 계산하여 제시하고 있다. 4가지의 추정량을 적용하였을 때 평균오차율 MPE 과 평균제곱오차율 $MSPE$ 을 계산하여 보자.

종목 (i)	1	2	3	4	5	6	7	산술 평균	중앙값	조화 평균	최소제곱 추정치
P_i/E_i	5	10	12	15	20	25	50	19.571	14.000	12.500	8.499

주가와 주당이익에 대한 자료를 별도로 제시하지 않은 것은, 식(11)에서 보는 바와 같이 추정 주가와 실제주가와 오차율을 계산하는데 있어 관련 없는(irrelevant) 자료이기 때문이다. 식(11)에 따르면 $\hat{\beta}$ 으로 무엇을 적용하든 오차율은 주가(P_i) 및 주당이익(E_i)과는 무관하고 다만 그 비율인 주가배수(M_i)와만 관련된다.

<표 1> 주가배수 추정량($\hat{\beta}_A$, $\hat{\beta}_D$, $\hat{\beta}_H$, $\hat{\beta}_O$)별 추정주가의 오차율

	평가 배수	실제 배수	오차율	절대 오차율	오차율 제곱합	평가 배수	실제 배수	오차율	절대 오차율	오차율 제곱합
종목 (i)	P_i/E_i	$\hat{\beta}$	$\hat{u}_i$	$ \hat{u}_i $	$\hat{u}_i^2$	P_i/E_i	$\hat{\beta}$	$\hat{u}_i$	$ \hat{u}_i $	$\hat{u}_i^2$
	A : 산술평균 $\hat{\beta}_A$ 적용시					B : 중앙값 $\hat{\beta}_D$ 적용시				
1	19.57	5.00	2.914	2.914	8.493	14.00	5.00	1.800	1.800	3.240
2	19.57	10.00	0.957	0.957	0.916	14.00	10.00	0.400	0.400	0.160
3	19.57	12.00	0.631	0.631	0.398	14.00	12.00	0.167	0.167	0.028
4	19.57	15.00	0.305	0.305	0.093	14.00	15.00	-0.067	0.067	0.004
5	19.57	20.00	-0.021	0.021	0.000	14.00	20.00	-0.300	0.300	0.090
6	19.57	25.00	-0.217	0.217	0.047	14.00	25.00	-0.440	0.440	0.194
7	19.57	50.00	-0.609	0.609	0.370	14.00	50.00	-0.720	0.720	0.518
합계			3.960	5.654	10.318			0.840	3.893	4.234
평균			0.566	0.808	1.474			0.120	0.556	0.605
	C : 조화평균 $\hat{\beta}_H$ 적용시					D : 최소제곱추정량 $\hat{\beta}_O$ 적용시				
1	12.50	5.00	1.500	1.500	2.250	8.50	5.00	0.700	0.700	0.490
2	12.50	10.00	0.250	0.250	0.063	8.50	10.00	-0.150	0.150	0.023
3	12.50	12.00	0.042	0.042	0.002	8.50	12.00	-0.292	0.292	0.085
4	12.50	15.00	-0.167	0.167	0.028	8.50	15.00	-0.433	0.433	0.188
5	12.50	20.00	-0.375	0.375	0.141	8.50	20.00	-0.575	0.575	0.331
6	12.50	25.00	-0.500	0.500	0.250	8.50	25.00	-0.660	0.660	0.436
7	12.50	50.00	-0.750	0.750	0.563	8.50	50.00	-0.830	0.830	0.689
합계			0.000	3.583	3.295			-2.240	3.640	2.240
평균			0.000	0.512	0.471			-0.320	0.520	0.320

주) $\hat{u}_i = \frac{\hat{P}_i - P_i}{P_i} = \frac{\hat{\beta} - M_i}{M_i}$: 식(11) 참조. 부호가 (+)이면 실제주가에 비해 고평가, (-)면 저평가임

<표 1>을 보면 위에서 논의한 내용을 확인할 수 있다. 산술평균 $\hat{\beta}_A$ 적용시 평균오차율 MPE 는 0.566으로 과대평가 편의가 나타나고, 조화평균 $\hat{\beta}_H$ 를 적용하면 MPE 는 0으로 오차율의 편이는 없어진다²⁵⁾. 최소제곱추정량 $\hat{\beta}_O$ 를 적용하면 평가가치가 평균적으로 -0.320만큼 과소평가되

25) 이 <예제>에서는 평가대상주식이 자기 자신의 유사상장법인의 하나로 포함된다. 자신 자신을 제외하더라도 산술평균을 적용한 평가가치는 수학적으로 항상 과대평가 편의가 있음을 보일 수 있다. 자세한 것은 오종문·김완희(2011)의 <주석13>을 참조하라.

는 편의가 있다. 그러나 절대오차율을 비교하면 최소제곱추정량 $\hat{\beta}_O$ 을 적용한 경우의 평균오차율은 0.520으로 조화평균 $\hat{\beta}_H$ 를 적용한 경우의 평균오차율 0.512와 유사한 성과를 보인다.

$MSPE$ 는 최소제곱추정량 $\hat{\beta}_O$ 를 적용한 경우가 0.320으로서 가장 낮고, 조화평균 $\hat{\beta}_H$ 을 적용한 경우 0.471, 산술평균 $\hat{\beta}_A$ 을 적용한 경우 1.474의 순으로 높아진다. 또한 $i=1$ 이나 $i=7$ 과 같이 주가배수가 극단치를 갖는 표본에 대한 평가의 오차율은 $\hat{\beta}_O$ 를 적용한 경우가 $\hat{\beta}_H$ 를 적용하는 경우에 비해 평균적으로 더 양호하나 극단치를 제외하고 중심 근처에 있는 표본에 대한 평가오차율은 $\hat{\beta}_H$ 를 적용하는 경우가 더 양호한 경향이 있다. 이는 최소제곱추정량 $\hat{\beta}_O$ 는 오차율의 제곱을 최소화하므로 오차율(의 절대값)이 큰 표본에 더 큰 가중치를 부여하기 때문이다.

식(12)와 식(13)은 특정 주가배수 추정량을 적용할 때 오차율의 편의와 그 밀집도(오차율의 효율성)가 어떠한 위치에 있을 것인가를 쉽게 예측할 수 있도록 한다. 예를 들어 표본기업 주가배수 $M_i = \{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ 의 기하평균 $\hat{\beta}_G$ 을 적용하여 평가한다면, 산술평균($\hat{\beta}_A$) $\geq$ 기하평균($\hat{\beta}_G$) $\geq$ 조화평균($\hat{\beta}_H$)의 관계가 항상 성립하므로, $MPE|\hat{\beta}_A \geq MPE|\hat{\beta}_G \geq MPE|\hat{\beta}_O$ 및 $MSPE|\hat{\beta}_A \geq MSPE|\hat{\beta}_G \geq MSPE|\hat{\beta}_O$ 의 관계가 성립할 것으로 쉽게 예측할 수 있다. 좀 더 복잡하게 시가총액으로 가중 평균한 주가배수를 사용하는 경우라도 추정량의 값만 산출해보면 평가가치의 타당성(의 상대적 위치를)을 쉽게 예측할 수 있다²⁶⁾. 또한 주가추정에 적용하는 주가배수가 고정된 경우, 예를 들어 보충법에서처럼 장부가치에 일률적으로 1배를 적용하거나 이익에 10배를 적용해 평가할 경우, 오차율의 편의와 오차율이 0 근처에 얼마나 밀집되어 나타날지 다른 추정량과의 상대적 위치를 쉽게 비교해 파악할 수 있다²⁷⁾.

26) 비교평가법을 소개하는 재무분석 교과서에는 주가배수를 평균할 때 단순평균할 것인지 가중평균할 것인지를 결정하여야 한다고 소개하고 있다.

27) 고정 주가배수를 적용하는 보충법에서는 평가대상주식의 주당이익(E)에 대해 $\hat{\beta}=10$, 주당순자산(B)에 대해 $\hat{\beta}=1$ 을 적용한다. 이 경우 오차율의 편의와 효율성을 파악한다고 하자. 평가대상 주식 i 에 대하여 P_i/E_i 의 역수를 X_i , P_i/B_i 의 역수를 Y_i 라 하면, 식(11)에서 P/E 에 대하여 $\hat{u}_i=10X_i-1$ 이고, P/B 에 대하여 $\hat{u}_i=1Y_i-1$ 이다. 두 가지 주가배수(의 역수) X 와 Y 의 종류별로 오차율의 편의를 계산하면,

$$[MPE|\hat{\beta}=10] = E(10X-1) = 10E(X)-1 \text{ 이고}$$

$$[MPE|\hat{\beta}=1] = E(Y-1) = E(Y)-1 \text{ 이다.}$$

즉, 편의의 크기는 주가배수의 역수인 X 와 Y 의 평균에 각각 10과 1을 곱한 값이 얼마나 1에 근접하느냐에 따라 결정된다.

마찬가지로 평균제곱오차율은

$$[MSPE|\hat{\beta}=10] = E(10X-1)^2 = Var(10X-1) + [E(10X-1)]^2 = (10)^2 Var(X) + [10E(X)-1]^2$$

$$[MSPE|\hat{\beta}=1] = E(Y-1)^2 = Var(Y-1) + [E(Y-1)]^2 = Var(Y) + [E(Y)-1]^2$$

으로서, 오차율의 효율성은 주가배수 역수의 분산과 편의의 크기가 영향을 미친다.

또한, E 와 B 에 대해 $\hat{\beta}=10$ 과 $\hat{\beta}=1$ 을 적용한 가치를 3:2로 가중하는 경우의 오차율을 계산하면, 식(22)에서 $\hat{u}_i=0.6(10X_i-1)+0.4(Y_i-1)$ 이므로

이상에서는 상증세법상의 산술평균이 직관적으로 매우 그럴듯함에도 불구하고 과대평가 편의가 있다는 점을 살펴보았다. 이에 대해 간략히 부연하여 정리한다. 식(11)을 보면 산술평균을 사용하면서 오차율의 편의가 없기를 기대하는 것이 왜 무리한 것인가 명확히 드러난다.

$$\text{오차율}(\hat{u}_i) = \frac{\hat{P}_i - P_i}{P_i} = \frac{\hat{\beta} \times D_i - (P_i/D_i) \times D_i}{(P_i/D_i) \times D_i} = \frac{\hat{\beta} - M_i}{M_i} \quad (11)$$

주가배수 M_i 의 산술평균 $\bar{M}$ 을 추정량으로 사용하는 경우 오차율은 $\frac{\hat{P}_i - P_i}{P_i} = \frac{\bar{M} - M_i}{M_i}$ 이고 오차율의 평균은 $MPE = \frac{1}{n} \sum \left(\frac{\bar{M} - M_i}{M_i} \right)$ 이다. 이때의 MPE가 과연 0이 될까? $\bar{M}$ 는, 확률변수 M_i 에 대하여, $\frac{1}{n} \sum (\bar{M} - M_i) = 0$ 또는 $\sum (\bar{M} - M_i) = 0$ 을 만족시키는 통계량이지, 결코 $\frac{1}{n} \sum \left(\frac{\bar{M} - M_i}{M_i} \right) = 0$ 를 만족시키는 통계량이 아니다. 그렇다면 $\bar{M}$ 는 오차율제곱의 평균인 $MSPE = \frac{1}{n} \sum \left(\frac{\bar{M} - M_i}{M_i} \right)^2$ 을 최소화시켜줄까? 산술평균 $\bar{M}$ 는 오차제곱평균 $\frac{1}{n} \sum (\bar{M} - M_i)^2$ 또는 오차제곱합 $\sum (\bar{M} - M_i)^2$ 을 최소화시켜주는 통계량이지 $\frac{1}{n} \sum \left(\frac{\bar{M} - M_i}{M_i} \right)^2$ 나 $\sum \left(\frac{\bar{M} - M_i}{M_i} \right)^2$ 을 최소화시켜주는 통계량이 아니다. 여기서 산술평균 $\bar{M}$ 이 최소화시켜주는 오차제곱평균 $\frac{1}{n} \sum (\bar{M} - M_i)^2$ 은 확률변수 M_i 의 분산임은 주지의 사실이다.

산술평균 $\bar{M}$ 가 $\frac{1}{n} \sum (T - M_i) = 0$ 을 만족시키는 T 라면 $\frac{1}{n} \sum \left(\frac{T - M_i}{M_i} \right) = 0$ 를 만족시키는 T 는 될까? 단순히 방정식을 풀면 $T = \frac{n}{\sum \frac{1}{M_i}}$ 로서 Y_i 의 조화평균이다. 또한 $\frac{1}{n} \sum \left(\frac{T - M_i}{M_i} \right)^2$ 을 최소화시켜주는 T 는 최적화의 1계조건을 풀어보면 $T = \frac{\sum (1/M_i)}{\sum (1/M_i)^2}$ 이며 이는 앞에서 구한 최소제곱통계량이다.

$$MPE = 0.6[10E(X) - 1] + 0.4[E(Y) - 1] = 0.6(10)E(X) + 0.4E(Y) - 1 \text{ 이고,}$$

$$MSPE = \text{Var}[0.6(10X - 1) + 0.4(Y - 1)] + [0.6(10)E(X) + 0.4E(Y) - 1]^2$$

$$= (0.6)^2(10)^2 \text{Var}(X) + 0.4^2 \text{Var}(Y) + 2(0.6)(0.4)(10)(1) \text{COV}(X, Y) + [0.6(10)E(X) + 0.4E(Y) - 1]^2$$

이다. 따라서 오차율의 효율성에는 주가배수의 역수인 X 와 Y 의 공분산이 영향을 미치고 있음을 알 수 있다. 즉 X 와 Y 의 상관관계가 낮을수록 효율성에 긍정적이다.

만일 T 가 확률변수 Y_i 의 중앙값이라면 절대오차평균 $\frac{1}{n} \sum |T - M_i|$ 또는 절대오차합인 $\sum |T - M_i|$ 이 최소화된다. 중앙값인 T 가 오차율의 절대값의 합계인 $\sum \left| \frac{T - M_i}{M_i} \right|$ 을 최소화시켜주는 것은 아니다. $\sum \left| \frac{T - M_i}{M_i} \right|$ 를 최소화시키는 T 는 LAD (least absolute deviation)로 선형계획법으로 구할 수 있다.

3. 주가배수의 분산도(dispersion)와 오차율

<그림 1>에는 추정량별 오차율의 분포가 개략적으로 도시되어 있다. 여기서는 주가배수의 분산도가 오차율의 분포에 미치는 영향에 대하여 분석한다. 유사상장법인들의 주가배수가 넓게 퍼져 있을 경우 오차율의 편의와 효율성에는 어떤 영향이 있는가, 그리고 주가배수의 분산도가 오차율에 미치는 영향은 어떤 추정량을 적용할 때 더 민감할 것인가 등을 분석한다. 이러한 분석들은 ① 어떤 추정량을 선택할 것인가를 결정하는 데 유용한 근거를 제공할 수 있으며 ② 회계 지표로 어떤 변수를 사용하고 ③ 유사상장법인 선별의 기준은 무엇을 적용할 것인가 등을 결정하는 데도 유용하다. 또한, ④ 선행연구에서 현행 훈령의 규정대로 산술평균을 적용하면 오차율의 편의와 불확실성이 크게 나타났던 이유가 분명해질 것이다. 특히 산술평균은 주가배수에 이상치가 있을 경우 다른 추정량에 비해 더 민감하게 반응한다.

가. MPS의 개념

MPS(mean preserving spread)는 산술평균(기대값)이 동일한 두 확률분포의 분산도를 비교한다. MPS를 직관적으로 정의하면, 어떤 확률변수의 산술평균을 동일하게 유지하면서 그 확률 값의 일부를 좌우 바깥쪽으로 분산시키는 경우 새로운 확률분포는 원래의 확률분포에 대해 MPS라 한다²⁸⁾.

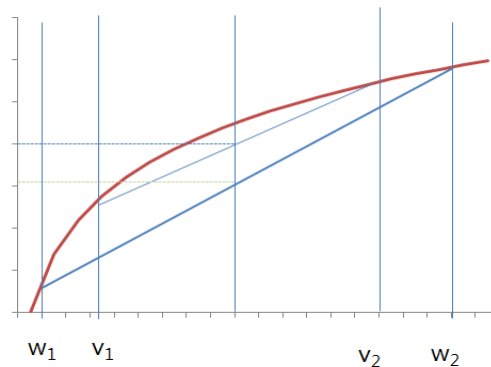
식(14)와 식(16)에서 등호가 성립하는 경우는 주가배수 $M = \{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ 가 모든 i 에 대해서 같은 값을 갖는 경우이다. 즉 $Var(M) = 0$ 이면 등호가 성립한다. 따라서 직관적으로 생각하면 산술평균이 동일할 때 분산이 커질수록 부등호가 강해질 것으로 생각하기 쉽다. 대체로는 그러

28) 기대값이 동일한 두 개의 확률분포에서 어느 한 분포가 다른 한 분포에 대해 반드시 MPS인 것은 아니다. 따라서 MPS의 개념으로 분산도의 순서를 매기는 것은 부분적(partial ordering)이라 할 수 있다. 이런 특성은 분산(variance)을 사용할 경우 기대값이 동일한 모든 확률분포에 대해 그 분산도의 순서를 매길 수 있는 것과 대비된다. 또한 MPS의 개념을 통해 분산도의 순서를 매기는 경우, 그 순서가 분산의 크기에 의한 순서와 반드시 일치하는 것은 아니다. 즉 확률분포 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 과 $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ 에서 $Var(W) > Var(V)$ 라 하여 항상 W 가 V 에 대해 MPS인 것은 아니다. 다만 W 가 V 의 MPS이면, 반드시 $Var(W) > Var(V)$ 이 성립한다.

하지만, 이미 알려져 있는 산술평균과 기하평균, 조화평균의 관계에서 그렇지 않은 반례가 있다. 즉 산술평균이 동일한 조건에서, 확률분포의 분산이 커지는 것과 부등호가 강해지는 것은 동치 관계가 아니며, 부등호가 강해지는 것과 동치인 것은 확률분포가 MPS일 경우이다²⁹⁾.

Rothschild and Stiglitz(1970)는 W 가 V 의 MPS이면 $W=\{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ 를 임의의 오목함수에 대입한 함수 값의 산술평균이 $V=\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 를 대입한 경우에 비해 감소하고, 그 역도 성립함을 증명하였다. 즉 역으로 $W=\{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ 를 대입한 오목함수 값의 산술평균이 $V=\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 를 대입한 경우에 비해 감소하면 W 가 V 의 MPS이다. <그림 2>에서 $n=2$ 인 경우를 예로 들면, $W=\{w_1, w_2\}$ 와 $V=\{v_1, v_2\}$ 의 산술평균은 동일하지만, 임의의 오목함수 $f(\cdot)$ 에 대하여 $\frac{1}{2}[f(v_1)+f(v_2)] > \frac{1}{2}[f(w_1)+f(w_2)]$ 이므로, W 는 V 의 MPS이다. 또한 역으로, W 가 V 의 MPS이면, 오목함수 값의 산술평균 간에는 $\frac{1}{2}[f(v_1)+f(v_2)] > \frac{1}{2}[f(w_1)+f(w_2)]$ 의 관계가 성립한다.

<그림 2> 오목함수에서 MPS와 산술평균의 감소



마찬가지로, Rothschild and Stiglitz(1970)는 W 가 V 의 MPS이면, 임의의 볼록함수 $f(\cdot)$ 에 대하여, $W=\{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ 를 대입한 함수 값의 산술평균이 $V=\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 의 대입한 함수 값의 산술평균에 비해 증가하고, 그 역도 성립함을 증명하였다.

29) 이 부분의 수학적 논리는 Mitchell(2004)을 참조하였다. Load(2002)에는 산술평균이 같고 분산이 더 크면서 기하평균이 더 작은 경우의 반례가 제시되어 있다. 본래 MPS는 재무론에서 평균-분산기준에 의한 불확실성 하의 선택의 문제, 즉 확률적 지배(stochastic dominance)를 다룬 Rothschild and Stiglitz(1970)의 개념이다. 위험회피성향을 가정한 오목한 효용함수에서, 평균이 동일한 가운데 분산이 증가하더라도 효용함수 값이 증가하는 경우가 발생한다. 그러나 분산 대신 MPS개념을 사용하면 MPS일 경우 오목함수인 어떠한 효용함수의 값도 항상 감소한다. 즉 확률분포의 평균이 일정할 때 분산이 크다고 해서 효용함수 값이 항상 감소하는 것은 아니지만, 확률분포가 MPS이면 효용함수 값은 항상 감소한다. 그 역도 성립한다.

나. MPS와 평균 간의 관계 및 분산

앞의 Rothschild and Stiglitz(1970)의 정리를 이용하여 확률분포가 MPS할 때 산술평균, 기하평균 및 조화평균 간의 부등호의 강도와 확률분포의 분산에 어떤 영향을 미치는지 간략히 살펴보기로 한다. 확률변수가 두 개의 값을 갖는 경우를 예로 들기로 한다.

$f(y) = \ln y$ 은 오목함수이고 $f(y) = 1/y$ 과 $f(y) = y^2$ 는 볼록함수이므로, $W = \{w_1, w_2\}$ 가 $V = \{v_1, v_2\}$ 의 MPS이면, 다음이 성립한다.

$$\frac{1}{2}[\ln(v_1) + \ln(v_2)] > \frac{1}{2}[\ln(w_1) + \ln(w_2)] \quad (18)$$

$$\frac{1}{2}[(1/v_1) + (1/v_2)] < \frac{1}{2}[(1/w_1) + (1/w_2)] \quad (19)$$

$$\frac{1}{2}[v_1^2 + v_2^2] < \frac{1}{2}[w_1^2 + w_2^2] \quad (20)$$

$\ln(v_i)$ 가 오목함수이므로 $\ln[\frac{1}{2}(v_1 + v_2)] \geq \frac{1}{2}[\ln(v_1) + \ln(v_2)]$ 이 성립한다³⁰⁾. 여기서 좌변은 산술평균 $\frac{1}{2}(v_1 + v_2)$ 에 로그를 취한 값이고 우변은 기하평균 $(v_1 v_2)^{1/2}$ 에 대해 로그를 취한 값이므로 산술평균은 기하평균보다 항상 크거나 같음을 알 수 있다. 만일 W 가 V 의 MPS이면, 식(18)에서 $\ln[\frac{1}{2}(v_1 + v_2)] = \ln[\frac{1}{2}(w_1 + w_2)] \geq \frac{1}{2}[\ln(v_1) + \ln(v_2)] > \frac{1}{2}[\ln(w_1) + \ln(w_2)]$ 이 성립하므로, 산술평균과 기하평균의 차이가 더 커짐을 알 수 있다. 한편 산술평균과 조화평균의 경우 $\frac{1}{2}[v_1 + v_2] \geq \frac{1}{(1/2)[1/v_1 + 1/v_2]}$ 의 관계가 성립한다. 마찬가지로 만일 W 가 V 의 MPS라면, 식(19)에 의해 조화평균의 분모 값이 더 커지게 되므로, $\frac{1}{2}[v_1 + v_2] = \frac{1}{2}[w_1 + w_2] \geq \frac{1}{(1/2)[1/v_1 + 1/v_2]} > \frac{1}{(1/2)[1/w_1 + 1/w_2]}$ 이 성립하고 산술평균과 조화평균의 차이는 더 커짐을 알 수 있다. 이와 같이, 확률분포가 MPS일 경우 산술평균과 기하평균의 차이와 산술평균과 조화평균의 차이는 더 커지게 된다.

한편 식(20)을 보면 W 가 V 의 MPS일 경우 $E[W^2] > E[V^2]$ 이다. MPS의 정의에 의해 $E[W]^2 = E[V]^2$ 이므로 $Var(V) (= E[V^2] - E[V]^2) > Var(W) (= E[W^2] - E[W]^2)$ 이 성립함을 알 수 있다. 즉 W 가 V 의 MPS이면, W 의 분산은 V 의 분산에 비해 항상 크다.

30) Jensen's inequality이다.

다. 주가배수의 분포가 오차율의 편의 및 효율성에 미치는 영향

이상의 논의를 토대로, 주가배수 $M=\{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ 의 분포가 MPS 개념에 의하여 분산도가 증가할 때 각 추정량에 대하여 오차율의 편의와 효율성에 미치는 영향을 분석하고, 산술평균이 특히 주가배수의 분산도 증가에 취약한 이유를 살펴보기로 한다.

(1) 산술평균을 사용할 경우

추정량으로 산술평균 $\hat{\beta}_A$ 를 적용할 경우, 오차율의 편의는 식(14)에 의해 $MPE|\hat{\beta}_A = \frac{\hat{\beta}_A}{\hat{\beta}_H} - 1 = \left(\frac{1}{n} \sum m_i\right) \left(\frac{1}{n} \sum \frac{1}{m_i}\right) - 1$ 이다. 따라서 $M=\{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ 의 분포가 MPS하면 불록함수의 산술평균인 $\frac{1}{n} \sum \frac{1}{m_i}$ 이 증가하므로 $MPE|\hat{\beta}_A$ 은 커지고 과대평가 편의는 더 악화됨을 알 수 있다. 한편, 오차율의 효율성은 식(17)에서 $MSPE|\hat{\beta}_A = (\hat{\beta}_A)^2 S_X^2 + \left(\frac{\hat{\beta}_A}{\hat{\beta}_H} - 1\right)^2$ 이다. 따라서 $M=\{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ 의 분포가 MPS할 때 S_X^2 값이 증가함을 보이면 분산효과 $(\hat{\beta}_A)^2 S_X^2$ 와 편의 효과 $\left(\frac{\hat{\beta}_A}{\hat{\beta}_H} - 1\right)^2$ 가 모두 상승하게 되므로 오차율의 효율성도 악화됨을 보일 수 있다. $M=\{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ 의 분포가 MPS할 때 그 역수인 $X=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 의 분산 S_X^2 이 커지는 것은 확률변수의 함수에 대한 테일러 전개를 이용해 증명할 수 있다. 이 증명은 주석에 정리한다³¹⁾.

(2) 조화평균을 사용할 경우

추정량으로 조화평균 $\hat{\beta}_H$ 을 적용하는 경우 $MPE|\hat{\beta}_H$ 는 주가배수의 분포와 관계없이 항상 0이다. 한편 식(17)에서 오차율의 효율성은 $MSPE|\hat{\beta}_H = (\hat{\beta}_H)^2 S_X^2 = \left(\frac{1}{\frac{1}{n} \sum x_i}\right)^2 S_X^2$ 이다. 따라서 우선 X 의 분포가 MPS하면, $\left(\frac{1}{\frac{1}{n} \sum x_i}\right)^2$ 은 동일하게 유지되는데 비해 S_X^2 은 증가하므로, 오차율의 효

31) 테일러 전개식에서 $f(W) \approx f(\mu_W) + f'(\mu_W)(W - \mu_W) + (1/2)f''(\mu_W)(W - \mu_W)^2$ 이다. 양변에 기대값을 취하면 두 번째 항이 사라지므로 $E[f(W)] \approx f(\mu_W) + (1/2)f''(\mu_W)\sigma_W^2$ 이다.

예를 들어, $f(W) = 1/W$ 라면 $E[1/W] \approx (1/\mu_W) + (1/\mu_W)^3 \sigma_W^2$ 이고, $f(W) = 1/W^2$ 이라면 $E[1/W^2] \approx (1/\mu_W^2) + 3(1/\mu_W)^4 \sigma_W^2$ 이다.

주가배수 역수의 분산은 $Var(1/M) = E[1/M^2] - E[1/M]^2$ 이다. 이를 테일러 시리즈에서 2차항까지 정리하면, $Var(1/M) \approx \frac{Var(M)}{E[M]^4}$ 이다. 여기서 M 이 MPS할 경우 $E(M)$ 은 일정하나 $Var(M)$ 은 증가하므로 $Var(1/M)$ 또는 $Var(X)$ 은 증가한다.

율성은 악화됨을 알 수 있다. 여기서 X 의 분포가 MPS한다고 해서 그 역수인 M 의 분포가 반드시 MPS하는 것은 아니다. X 의 산술평균이 동일하게 유지되면서 분포가 변한다고 해서 그 역수의 산술평균도 동일하게 유지되는 것은 아니기 때문이다. 따라서 아직은 M 의 분포가 MPS할 때 오차율의 효율성이 악화됨을 증명한 것은 아니다.

추가배수 M 의 분포가 MPS한다면 $(\widehat{\beta}_H)^2$ 이 감소하고 S_X^2 는 증가하므로 두 항목의 상대적인 증감 폭에 의하여 두 항의 곱인 $MSPE|\widehat{\beta}_H$ 의 증감이 결정된다. 테일러 전개를 이용하면 M 의 분포가 MPS하는 경우에도 $MSPE|\widehat{\beta}_H$ 가 증가함을 증명할 수 있다³²⁾.

한편, 식(17)에서 $MSPE|\widehat{\beta}_A$ 과 $MSPE|\widehat{\beta}_H$ 의 차이를 구하면 다음과 같다.

$$MSPE|\widehat{\beta}_A - MSPE|\widehat{\beta}_H = [(\widehat{\beta}_A)^2 - (\widehat{\beta}_H)^2]S_X^2 + \left(\frac{\widehat{\beta}_A}{\widehat{\beta}_H} - 1\right)^2 \quad (21)$$

M 의 분포가 MPS하는 경우 $[(\widehat{\beta}_A)^2 - (\widehat{\beta}_H)^2]$ 과 S_X^2 , 그리고 $\left(\frac{\widehat{\beta}_A}{\widehat{\beta}_H} - 1\right)^2$ 이 모두 증가하므로 추가배수의 분포가 넓을 경우 추정량으로서 산술평균은 오차율의 편의뿐만 아니라 효율성에서도 상대적으로 더 취약해지는 통계량임을 확인할 수 있다.

(3) 최소제곱추정량을 사용할 경우

마지막으로 최소제곱추정량의 경우 오차율의 편의는 다음과 같다.

$$\frac{\widehat{\beta}_O}{\widehat{\beta}_H} - 1 = \left(\frac{\sum x_i}{\sum x_i^2}\right) \left(\frac{1}{n} \sum x_i\right) - 1 = \frac{1}{n} \frac{(\sum x_i)^2}{\sum x_i^2} - 1 \leq 0 \quad (22)$$

식(22)를 $\left(\frac{1}{\frac{1}{n} \sum x_i^2}\right) \left(\frac{1}{n} \sum x_i\right)^2$ 으로 고쳐 쓰면, X 의 분포가 MPS할 경우 우측 $\left(\frac{1}{n} \sum x_i\right)^2$ 은 동일하게 유지되나 좌측 항목은 분모가 불록함수의 산술평균이므로 식(22)의 값이 감소한다. 즉 추가배수 역수의 분포가 MPS하는 경우 최소제곱추정량의 과소평가 편의는 증가한다. 테일러

32) 앞의 <주석>의 테일러 전개식에서 $Var[1/M] = E[1/M^2] - E[1/M]^2$ 의 관계를 이용하면 $E[1/M^2] = \frac{1}{E[M]^2} + 2\frac{Var[M]}{E[M]^4}$ 이다. 따라서 $MSPE|\widehat{\beta}_H = \frac{Var[1/M]}{E[1/M]^2} = \frac{\frac{Var[M]}{E[M]^4}}{\frac{1}{E[M]^2} + 2\frac{Var[M]}{E[M]^4}}$ 이다. 여기서 M 의 분포가 MPS하는 경우, $E[M]$ 은 동일하게 유지되나 $Var[M]$ 는 증가하고 $\frac{\partial MSPE}{\partial Var} > 0$ 이므로 $MSPE|\widehat{\beta}_H$ 은 증가한다.

전개를 이용하면 주가배수 M 의 분포가 MPS하는 경우에도 과소평가 편의가 확대됨을 보일 수 있다³³⁾. 마찬가지로 테일러 전개를 이용하면 주가배수 M 의 분포가 MPS하는 경우 $MSPE|\hat{\beta}_O$ 가 증가함을 증명할 수 있다³⁴⁾.

최소제곱추정량을 적용하면 주가배수 M 의 분포가 넓을수록 과소평가 편의도 확대되고 오차율의 효율성도 악화되어 평가가치의 타당성이 하락한다. 그러나 최소제곱추정량의 경우, 산술평균을 적용하는 경우에서의 타당성이 악화되는 양상과 비교하면 다소 간 차이가 있다. 과소평가 편의는 그 속성상 아무리 심하더라도 최대 -100% 까지만 가능하다. 또한 오차율의 효율성이 악화된다 하더라도 $MSPE|\hat{\beta}_H \geq MSPE|\hat{\beta}_O$ 인 조건을 유지하는 한에서만 증가한다. <그림 1>로 설명하면, 최소제곱추정량을 적용한 분포 곡선은 주가배수의 분산도가 커짐에 따라 왼쪽으로 이동하고 효율성도 악화되긴 하나 오차율의 편의와 효율성 모두 일정한 제약조건에서만 악화가 가능하다. 그러나 산술평균을 적용할 경우에는 이러한 제약 조건이 없으므로 주가배수의 분포가 넓을수록 매우 심각한 문제가 발생하는 것도 가능하다. 요컨대 과대평가의 문제점과 과소평가의 문제점은 비대칭적이며 산술평균은 이러한 이유로 취약하다는 사실을 확인할 수 있다.

4. 회계지표의 선택

앞의 모형은 주가배수평가모형에 적용할 회계지표(D_i)로서 어떤 변수(예를 들어, 1주당 순이익 또는 순자산가치, 매출액, EBITDA 등 주가배수 종류)를 사용하는 것이 타당한지에 대해 평가기준을 제공한다.

$$33) \hat{\beta}_O = \frac{E[1/M]}{E[1/M^2]} \text{ 이고 } \hat{\beta}_H = \frac{1}{E[1/M]} \text{ 이므로 } \frac{\hat{\beta}_O}{\hat{\beta}_H} = \frac{E[1/M]^2}{E[1/M^2]} = \frac{\frac{1}{E[M]^2} + 2 \frac{Var[M]}{E[M]^4}}{\frac{1}{E[M]^2} + 3 \frac{Var[M]}{E[M]^4}} \text{ 이다. } M \text{의 분포가 MPS하는}$$

경우, $E[M]$ 은 동일하게 유지되고 $Var[M]$ 는 증가하며 $\frac{\hat{\beta}_O}{\hat{\beta}_H}$ 은 $Var[M]$ 의 증가에 대해 감소함수이므로, 과소평가 편의는 확대된다.

$$34) MSPE|\hat{\beta}_O = (\hat{\beta}_O)^2 S_X^2 + \left(\frac{\hat{\beta}_O}{\hat{\beta}_H} - 1 \right)^2 \text{ 이다. } M \text{의 분포가 MPS하는 경우, 뒤의 편의효과가 증가하는 것은 이}$$

미 증명되었으므로 앞의 분산효과가 증가함을 보이면 충분하다. 2차항까지 테일러 전개식을 이용하면

$$(\hat{\beta}_O)^2 S_X^2 = \left(\frac{E[1/M]}{E[1/M^2]} \right)^2 Var[1/M] = \frac{\frac{1}{E[M]^2} + 2 \frac{Var[M]}{E[M]^4}}{\frac{1}{E[M]^4} + 6 \frac{Var[M]}{E[M]^6}} \cdot \frac{Var[M]}{E[M]^4} \text{ 이다. 이것이 } Var[M] \text{에 대하여 증가함}$$

수이고 M 의 분포가 MPS할 경우 $Var[M]$ 가 커지므로, M 의 분포가 MPS하면 $MSPE|\hat{\beta}_O$ 은 확대된다.

이론적인 배경 없이 단지 주가배수의 통계적 특성만 고려하여 적합한 주가배수를 선택한다면 ① 오차율의 편의를 중시하면 조화평균을 사용할 것이므로 편의에 대한 고려없이 $MSPE|\hat{\beta}_H = (\hat{\beta}_H)^2 S_x^2 = \left(\frac{n}{\sum (1/x_i)} \right)^2 S_x^2$ 을 최소화하는 주가배수를 찾으면 될 것이고(식(17)참조), ② 오차율의 효율을 중시하면 최소제곱추정량을 사용할 것이므로 평균제곱오차율에 대한 고려없이 $MPE|\hat{\beta}_O = \frac{\hat{\beta}_O}{\hat{\beta}_H} - 1 = \frac{1}{n} \frac{(\sum x_i)^2}{\sum x_i^2} - 1 = \frac{1}{n} \left(1 - \frac{S_X^2}{\frac{1}{n} \sum x_i^2} \right) - 1$ 이 최대화되는(즉, 0에 가까운) 주가배수를 찾으면 될 것이다(식(16) 참조). $MSPE|\hat{\beta}_H$ 과 $MPE|\hat{\beta}_O$ 을 보면, ①을 만족하는 주가배수는 그 크기가 크면서 그 역수의 분산이 작은 변수이며, ②를 만족하는 주가배수는 그 역수의 제곱평균이 크면서 역수의 분산이 작은 변수임을 알 수 있다.

이러한 분석결과, Baker and Ruback(1999)이 언급한 대로, 주가배수가 좁게 분포한다면 그것은 주가가 어떤 공통적인 요인(common value driver)에 의해 설명됨을 보여주는 것이라는 직관적 설명과 일치한다.

5. 유사상장법인의 선별기준

유사상장법인 선별기준의 선택 문제는 다소 복잡하다. 기준이 무엇이든 유사상장법인을 인식한다는 것은, 식(1) 또는 이를 효율적 추정치 가능하도록 바꾼 식(3)의 회귀모형에서, 모수 β 가 식(23)과 같이 모집단 내의 부(副)모집단(subpopulation) j 마다 다를 것으로 인식하는 것이다.

$$P_{ij} = \beta_j D_{ij} + \epsilon_{ij}$$

$$1 = \beta_j X_{ij} + u_{ij} \text{ (where, } X_{ij} \equiv D_{ij}/P_{ij} \text{)} \quad (23)$$

j : 부모집단

P_{ij} : 1주당 주가

B_{ij} : 1주당 회계수치(이익, 순자산가치 등)로 주가배수의 분모(Base)로 사용됨

ϵ_{ij} : 오차항

$u_{ij} = \epsilon_{ij}/P_{ij}$

실제로 모수 β 는 넓게는 국가별로도 다를 수 있고, 유가증권 시장과 코스닥 시장이 다를 수도 있다. 또한 업종별로 다를 수도 있고, 규모나 수익성 등 다른 기준에 의해서도 차이가 날 수 있다. 규모 기준에서 매출액과 자산규모에서 무엇을 사용할 것인가, 수익성 기준에서 ROE와 ROA 중 무엇을 사용할 것인가 역시 부모집단을 어떻게 나눌 것인가의 문제라 할 수 있다. 예컨대, 업종을 주된 기준으로 유사상장법인을 선별하는 훈령의 기준은 업종별로 부모집단을 구성할 때 회귀계수의 안정성이 가장 높을 것으로 가정하는 것과 마찬가지로이다.

이렇게 유사상장법인의 선별기준을 부모집단을 나누는 문제로 본다면 어떤 기준에 의해 유사상장법인을 선별하는 것이 오차율의 편의와 효율성을 개선시키는지 실증할 수 있다. 즉 업종기준, 규모기준, 수익성기준 등으로 모집단을 분할하여 오차율의 분포를 분석하면 유사상장법인의 적절한 선별기준을 찾아내는 것이 가능하다. 앞에서 살펴본 바와 같이 ① 오차율의 편의를 중시한다면, $MSPE|\hat{\beta}_H$ 을 부모모집단별로 계산한 다음 각 부모집단별 표본 개수로 가중평균한 $MSPE|\hat{\beta}_H$ 값을 최소화하도록 모집단을 분할하여야 하고, ② 오차율의 효율을 중시한다면, 역시 $MPE|\hat{\beta}_O$ 을 부모집단별로 계산한 다음 부모집단별 표본 개수로 가중평균한 $MPE|\hat{\beta}_O$ 의 값이 최대화될 수 있도록 모집단을 분할하여야 할 것이다³⁵⁾.

6. 자료적합성과 표본오차의 상반관계

마지막으로, 모집단을 분할하여 모수 M_j 들을 추정할 때 자료의 적합성 증가에 따른 효율성의 증가와 표본 개수의 축소에 따른 효율성 저하의 상반관계(trade-off) 문제를 생각해 보자.

최소제곱추정량을 나타내는 식(7) 분자의 각 x_i 에 식(3)의 우변을 곱하여 정리하면,

$$\hat{\beta}_O = \frac{\sum x_i(\beta x_i + u_i)}{\sum x_i^2} \quad (24)$$

이다. 통계량인 $\hat{\beta}_O$ 의 기대값과 분산을 차례로 구하면,

$$\begin{aligned} E[\hat{\beta}_O] &= \beta + E\left[\frac{\sum x_i u_i}{\sum x_i^2}\right] \\ &= \beta \end{aligned} \quad (25)$$

이고,

$$\begin{aligned} Var[\hat{\beta}_O] &= E[\hat{\beta}_O - \beta]^2 \\ &= E\left[\left(\frac{\sum x_i u_i}{\sum x_i^2}\right)^2\right] \\ &= \sigma^2 E\left[\frac{1}{\sum x_i^2}\right] \end{aligned} \quad (26)$$

35) 각각 $\frac{\sum_j (n_j \times MSPE|\hat{\beta}_{jH})}{\sum_j n_j}$ 과 $\frac{\sum_j (n_j \times MPE|\hat{\beta}_{jO})}{\sum_j n_j}$ 이다.

이다³⁶⁾.

식(26)에서 모수의 추정량 $\hat{\beta}_O$ 의 분산은 σ^2 과 $E\left[\frac{1}{\sum x_i^2}\right]$ 의 곱으로 나타난다. $E\left[\frac{1}{\sum x_i^2}\right]$ 이 주어졌을 때 σ^2 가 크면 클수록 $\hat{\beta}_O$ 의 분산은 커지고 추정에 따른 정확도는 떨어진다. 모집단을 부모 집단으로 세분하여 β_j 를 추정하고자 하는 것은 자료의 적합성을 높여서 σ^2 을 축소시키려는 의도로 해석할 수 있다. 반면 σ^2 가 주어졌을 때 표본의 크기가 증가하면 $E\left[\frac{1}{\sum x_i^2}\right]$ 을 계산하는데 포함되는 항목의 개수가 증가하므로 추정량의 분산은 감소한다³⁷⁾. 만일 유사상장법인의 선별 기준(모집단의 분할)이 지나치게 정교하여 표본의 확보가 충분하지 못하다면 σ^2 의 감소에도 불구하고 $E\left[\frac{1}{\sum x_i^2}\right]$ 이 커짐에 따라 추정량의 불확실성이 오히려 더 커질 수 있다. 이는 유사상장법인 선별 기준의 정교화를 추구하더라도 표본의 감소로 인한 추정량의 불확실성 증가라는 명백한 제약조건이 있음을 보여준다. 표본 수가 줄어들면, 자료의 적합성이 아주 크게 높아지지 않는 이상, 자료의 적합성에 따른 이익보다는 표본 오차(sampling error)에 따른 손실이 더 커질 수 있다. 이러한 상반관계의 균형점은 실증적으로 확인해 보아야 한다.

마찬가지로 문제에 대하여, 모수에 대한 추정량으로 $\hat{\beta}_A$ 를 사용하는 경우를 생각해보자. $\hat{\beta}_A = \bar{m}$ 이므로 $Var[\hat{\beta}_A]$ 는 표본평균 $\bar{m}$ 의 분산으로 n 의 함수이다. 만일 사전적으로 주가배수의 모분산이 $Var(M)$ 라면 추정량의 분산은 다음과 같다.

$$Var[\hat{\beta}_A] = \frac{1}{n^2} Var(M) \quad (27)$$

따라서 n 이 주어진 경우 표본의 적합도가 높아져 $Var(M)$ 이 감소하면 추정량의 분산은 감소한다. 그러나 $Var(M)$ 의 감소에도 불구하고 유사상장법인의 선별 기준이 지나치게 정교하여 표본 확보가 충분하지 못하다면, n 과 $Var(M)$ 의 감소폭의 상대적인 크기에 따라, 추정량의 불확실성은 오히려 더 커질 수 있다.

한편 $\hat{\beta}_H$ 에 대해서는 자료의 적합성 증가와 표본 개수 축소의 상반관계 문제에 대한 분석결과가 명확하지 않다. 다만 테일러 전개식을 이용하면 (표본)조화평균의 분산도 산술평균의 분산과

36) u_i 의 기대값과 x_i 와 u_i 의 공분산이 0인 조건이 이용된다. 일반 회귀분석모형에서처럼 x_i 를 비확률적으로 가정하면 계산이 단순해지나, 식(3)에서 종속변수가 확정적(nonstochastic)이므로 x_i 를 확률적(stochastic)으로 간주한다.

37) 추정량의 분산과 표본개수의 관계에 대한 계량경제학적 설명은 Gujarati(박완규·홍성표 역), 계량경제학, 2009. p.81을 참조하였다.

마찬가지로 표본의 개수가 증가할수록 감소함을 보일 수 있다³⁸⁾.

IV. 결 론

주가배수평가모형을 사용하여 평가가치를 산출할 때 오차율을 결정하는 요인을 다섯 가지로 나누어 살펴보았다. 주요 결론을 요약하면 다음과 같다.

첫째, 주가배수모형에서는 비상장주식을 평가하기 위해, 비상장법인의 회계지표에 곱하는 추정량을 상장회사의 주가배수 자료에서 산출한다. 실무에서 사용하고 또 상증세법에서도 적용하고 있는 주가배수의 산술평균은, 오차율의 편의는 물론 효율성의 기준에서 볼 때에도, 우월한 추정량이 아니다. 각 통계량별 오차율의 편의와 효율성 지표의 대소 관계는 본문에 유도되어 있다. 편의가 없는 통계량은 조화평균이며 효율성이 높은 통계량은 최소제곱추정량이다.

둘째, 주가배수의 분산성(dispersion)이 클수록 오차율의 편의와 효율성은 악화된다. 특히 산술평균은 주가배수의 분산성에 취약하다³⁹⁾. 본문에서는 불확실성 하의 선택이론에서 도입된 MPS (mean preserving spread)의 개념을 이용하여 이에 대한 분석을 수행하였다. 이 분석은 주가배수의 추정량을 어떤 방식으로 산출할 것인가를 결정하고 주가배수의 분모로 무엇을 사용할 것인가를 선택하는데 시사하는 바 크다.

셋째, 주가배수 분모의 선택과 관련하여, 가치요인인 회계지표와 주가의 관계가 안정적인, 구체적으로는 주가배수의 역수의 분산이 작은 특성을 갖는 주가배수가 평가가치의 타당성이 높다. 주가배수가 아주 좁게 분포하여 극단적으로 분산성이 완전히 없어지면 (모든 주가배수 같아지므로) 평가의 오차율은 없어지게 된다.

넷째, 가치요인인 회계지표와 주가의 관계가 안정적이기 위해서는 유사상장법인의 선별기준이 중요하다. 유사상장법인의 선별기준은 회귀모형에서 데이터의 적합성을 높이기 위해 모집단을 복수의 부모집단으로 분할하여 인식하는 과정으로 볼 수 있다.

다섯째, 자료의 적합성을 높이기 위해 유사상장법인의 선별기준을 정교화하여 소수 표본만 선별하면 회귀계수 추정량에 대한 표본오차(sampling error)가 증가하여 평가의 오차율이 오히려 증가할 수도 있다. 자료 적합성 증가의 이득과 표본오차 증가의 손실 간의 상반관계의 균형점은

38) 앞의 테일러 전개식에서 $Var(1/W) \approx \frac{Var(W)}{E[W]^4}$ 의 관계를 이용하면 $Var\left[\frac{1}{\frac{1}{n}\sum\left(\frac{1}{m_i}\right)}\right] = Var\left[\frac{1}{\frac{1}{n}\sum x_i}\right] =$

$Var\left[\frac{1}{\bar{X}}\right] \approx \frac{Var[\bar{X}]}{E[\bar{X}]^4} = \frac{1}{n^2} \frac{Var(X)}{E[X]^4}$ 이다. 따라서 조화평균의 분산도 표본의 개수가 증가할수록 감소한다.

39) 분산성이 크면 최소제곱추정량을 사용할 때의 과소평가 편의도 심해진다. 다만 과소평가는 -100% 이상일 수 없으므로 하방이 막혀 있을 뿐이다.

표본외검증을 통해 실증적으로 결정하여야 할 것이다.

본 연구의 한계와 향후 후속 연구 방향은 다음과 같다.

어떤 가치평가방법이 제시되었을 때 이론적 분석과 실증적 자료에 근거해 아무런 실무적 고려없이 문제점을 제시하는 것은 쉽다. 그러나 실무적으로 활용될 수 있는 수준의 대안을 제시하고 그것을 받아들일 수 있도록 하는 것은 단순히 문제점만을 지적하는 것과는 다른 차원의 문제이다. 대안을 받아들일 때 얻는 효익과 실무적 관점에서 발생하는 비용을 견줄 필요가 있는 까닭이다. 본 논문에서는 지면의 제약을 피하고 논의의 효율을 기하기 위해 현실 세법에 적용할 수 있는가에 대한 실무적인 관점을 고려하지 않았다. 실무적 관점을 고려한 현실적인 개선방안에 대해서는 실증 자료를 가지고 추가적인 연구를 통해 논의를 진행하기로 한다. 후속 연구에서는 세법에서 추가배수평가모형을 활용하는 방식인 보충법과 비교평가법 각각에 대하여 실행가능한 개선방안을 탐색하기로 한다.

참고문헌

- 권수영 · 김문철 · 손성규 · 최 관 · 한봉희. 2010. 『자본시장에서의 회계정보의 유용성』 2판. 신영사.
- 기승도 · 김영철 · 고종권. 2009. “비상장주식 평가시 비교평가법 적용의 한계점”. *세무와회계저널* 10(3) : 295-320
- 김진선. 1998. “기업간 주가수익비율의 차이와 그 요인분석”. *회계학연구* 23(3) : 31-56
- 류근관. 2003. 『통계학』. 법문사
- 박기정. 2007. “유사상장법인 비교평가법의 예측정확도와 과세비대칭성”. *세무학연구* 24(4) : 77-112
- 신승묘. 1996. “주식가치평가에 있어 회계정보의 유용성에 관한 연구”. *회계학연구* 21(4) : 21-46
- 오종문. 2012. “주가배수평가모형과 비상장주식 평가에 관한 연구”. *경원대학교 박사학위 논문*
- 오종문 · 김완희. 2011. “유사상장법인 비교평가법 연구”. *세무학연구* 28(3) : 37-70
- 오종문 · 김완희. 2012. “보충적 평가법에서 주가배수와 평가가치의 가중치”. *세무학연구* 29(4) : 375-412
- 이우택 · 김대식. 2005. “비상장주식의 평가방법에 관한 연구—유사 상장회사 주식과의 비교평가”. *세무학연구* 22(3) : 91-117
- 이정란. 2006. “비상장주식평가에 있어서 유사상장법인 비교평가방법의 유용성에 관한 연구”. *회계정보연구* 24(4) : 187-219
- 황이석. 2010. 『CFO강의노트 : 회계정보를 활용한 신재무전략』. 서울경제경영
- Alford, A. W. 1992. “The Effect of the Set of Comparable Firms on the Accuracy of the Price-Earnings Valuation Method”. *Journal of Accounting Research* 30(Spring) : 94-108
- Baker, M. and R. S. Ruback. 1999. “Estimating Industry Multiples”. Harvard University.
- Beatty, R., S. Riffer and R. Thompson. 1999. “The Method of Comparables and Tax Court Valuation of Private Firm : An Empirical Investigation”. *Accounting Horizons* 13(3) : 177-199
- Dittman, I. and E. Maug. 2008. “Biases and Errors Measures : How to Compare Valuation Methods”. Available at <http://ssrn.com/abstract=947436>
- Fairfield, P. M. 1994. “P/E, P/B and the Present Value of Future Dividends”. *Financial Analyst Journal* 50(4) : 23-31
- Gujarati, D. N. and D. C. Porter(홍성표 · 박완규 역). 2009. 『Basic Econometrics(계량경제학)』. 지필
- Liu, J., D. Nissim, and J. Thomas. 2002. “Equity Valuation Using Multiples”. *Journal of Accounting Research* 40(1) : 135-172
- Load, N. 2002. “Does Smaller Spread Always Mean Larger Product?” *The Mathematical Gazette* 86 : 273-274
- Mitchell, W. D. 2004. “More on Spreads and Non-arithmetic Means”. *The Mathematical Gazette* 88 : 142-144
- Ohlson, J. and B. Juettner-Nauroth. 2005. “Expected EPS and EPS Growth as Determinants of Value”. *Review of Accounting Studies* 10(2-3) : 349-365
- Rothschild, M. and Joseph Stiglitz. 1970. “Increasing Risk : I. A Definition”. *Journal of Economic Theory* 2 : 225-243

Bias and Efficiency of Equity Valuation Using Multiples

Jong-Moon Oh*

—〈Abstract〉—

In this study, I analyze the factors that determine the proximity to stock prices of valuations generated by multiplying a value driver by corresponding multiple, which is calculated with the ratios of stock prices to that value driver for a group of comparable firms.

First, I compare validities of projected prices from the three methods for averaging multiples (arithmetic mean, harmonic mean, and least squares estimators), based on mean percentage errors(MPE) and mean squared percentage errors(MSPE).

Second, a critical determinant for the accuracy of equity valuation using multiple is the dispersion of each price-to-value driver among comparable firms. With the concept of MPS(Mean Preserving Spread), I prove the effect of a change in dispersion of multiples among comparable firms on the accuracy of valuations.

Third, the relation between the dispersion of multiples among comparable firms and the valuation accuracy using multiples indicates that a good multiple valuation procedure should be designed to render smaller dispersion of each price-to-value driver among comparable firms, when I consider the criteria for selection of comparable firms and when I make a choice among value drivers.

Fourth, setting up a selection criteria for comparable firms is analogous to separate a population into distinct subpopulations in the regression analysis for the purpose of estimating parameters more accurately.

Fifth, Too elaborate selection criteria might have the sample size become too smaller and cause to increase the sampling error. So, screening a small number of comparable firms using various elaborate criteria is not so good a statistical approach.

〈Key words〉 the comparable valuation method, the complementary valuation method, valuation multiple

* Assistant Professor, Department of Accounting, Dongguk University.